

Program Name B.Sc./B.A. (Mathematics)

B.Sc. /B.A. - Part III

Paper Code – MT- 09 (Mechanics)

Section – B

(Short Answer Questions लघु उत्तर वाले प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है Each Question Carries 6 Marks

- (1) A particle describes a curve (for which S and φ vanish simultaneously only) with uniform velocity v . If the acceleration at any point is $\frac{v^2 c}{r^2 + c^2}$ find the intrinsic equation of the curve.

एक कण एक वक्र में (जिसमें S तथा φ एक साथ शून्य होते हैं) अचर वेग से चलता है। यदि किसी बिन्दु पर उसका त्वरण $\frac{v^2 c}{r^2 + c^2}$ हो तो वक्र का नैल समीकरण ज्ञात करो।

(Ans. MT-09, P.121)

- (2) Two particles of masses m_1 and m_2 are tied to the ends of an elastic string of natural length a and modulus λ . They are placed on a smooth table so that the string is just taut and m_2 is projected with any velocity directly away from m_1 . Prove that the string will become slack after the lapse of time $\pi \sqrt{\frac{am_1 m_2}{\lambda(m_1 + m_2)}}$

m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो कण एक प्रत्यास्थ रस्सी जिसकी लम्बाई a तथा प्रत्यास्थ स्थिरांक λ है, के अलग-अलग सिरों पर बंधे हैं और इसी प्रकार चिकनी मेज पर रखे गए हैं कि रस्सी अपनी प्राकृत लम्बाई में ही खिंची हुई है और m_2 को किसी वेग से उसी रेखा में सीधा m_1 से दूर दिशा में फेंका जाए तो सिद्ध कीजिए कि रस्सी ढीली होने के पूर्व

$\pi \sqrt{\frac{am_1 m_2}{\lambda(m_1 + m_2)}}$ समय व्यतीत हो चुकेगा।

(Ans. MT-09, P.150)

- (3) A particle is projected with velocity u along a smooth horizontal plane in a medium whose resistance per unit mass is k (velocity). Show that the velocity v after a time t and the distance x in that time are given by $v = ue^{-kt}$ $x = \frac{u}{k}[1 - e^{-kt}]$

m द्रव्यमान के कण को u वेग से क्षैतिज तल में प्रतिरोधी माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है प्रतिरोधी माध्यम का प्रतिरोध mkx वेग है तो किसी क्षण t पर कण के वेग v एवं दूरी निम्न व्यंजकों से व्यक्त होती है। वेग $v = ue^{-kt}$ दूरी $x = \frac{u}{k}[1 - e^{-kt}]$

(Ans. MT-09, P.172)

- (4) A particle is projected from the lowest point with some velocity and moves along the inside of a smooth vertical circle, to discuss the subsequent motion.

कोई कण किसी चिकने ऊर्ध्वार्ध वृत्त के सबसे नीचे के बिन्दु से किसी वेग से फेंका जाता है जो वृत्त के अन्दर की ओर गमन करे तो इसकी गति की विवेचना कीजिए।

(Ans. MT-09, P.213)

- (5) The resultant of two forces P and Q is of the magnitude P , show that if the force P be doubled, Q remaining unaltered, the new resultant will be at right angled to Q and its magnitude will be $\sqrt{4P^2 + Q^2}$

दो बलों P व Q के परिणामी का परिमाण P के बराबर है। यदि P को दो गुना कर दिया जाए व Q अपरिवर्तित रहे तो सिद्ध कीजिए कि नया परिणामी के Q लम्बवत् होगा तथा उसका परिमाण $\sqrt{4P^2Q^2}$ होगा।

(Ans. MT-09, P.7)

- (6) Write statement and proof of Lami Theorem.

लामी प्रमेय लिखिए तथा उसे सत्यापित कीजिए।

(Ans. MT-09, P.23)

- (7) A uniform rod rests in limiting equilibrium with in a rough sphere. If the rod subtends an angle $2x$ at the centre of the sphere and if λ be the angle of friction, show that the angle of inclination of the rod to the horizon is :

एक एक समान भारी छड़ एक खोखले गोले के अन्दर सीमान्त सन्तुलन में स्थित है। यदि छड़ गोले के केन्द्र पर कोण अन्तरित करे और यदि λ घर्षण कोण हो तो सिद्ध करें कि छड़ का क्षैतिज से झुकाव कोण है

$$\tan^{-1} \left[\frac{\sin 2x}{2 \cos(\alpha + \lambda) \cos(\alpha - \lambda)} \right]$$

(Ans. MT-09, P.37)

- (8) A uniform chain of length l , which can just bear a tension of n times its weight, is stretched between two point in

the same horizontal line. Show that the least possible sag in the middle is $l \left\{ n - \sqrt{n^2 - \frac{1}{4}} \right\}$

लम्बाई की एकसमान डोरी जो अधिकतम अपने भाग का गुना भार वहन कर सकती है, को क्षैतिज रेखा में स्थित दो बिन्दुओं से लटकाया जाता है। सिद्ध कीजिये कि इसका न्यूनतम झोल है।

$$l \left\{ n - \sqrt{n^2 - \frac{1}{4}} \right\}$$

(Ans. MT-09, P.83)

- (9) State and prove triangle law of forces.

बल त्रिभुज नियम लिखिए व सिद्ध कीजिए।

Ans. [MT-09, P.No. 16]

- (10) समान लम्बाई के पाँच भारहीन छड़ परस्पर जोड़े गए हैं ताकि एक विकर्ण BD सहित समचतुर्भुज $ABCD$ बने। यदि C पर एक भार W बाँध दिया जाए और निकाय को A से लटकाया जाये तो सिद्ध कीजिए कि BD में प्रणोद $W/\sqrt{3}$ के तुल्य है।

Five weightless rods of equal length are jointed together so as to form a rhombus $ABCD$ with one diagonal BD . If a weight W be attached to C and the system be suspended from A , show that there is a thrust in BD equal to $W/\sqrt{3}$.

Ans. [MT-09, P.No. 63]

- (11) यदि एक कण इस प्रकार गमन करता है कि उसका अरीय वेग, अनुप्रस्थ वेग के समानुपाती होता है तो सिद्ध कीजिए इसका वक्र एक समान कोणीक सर्पिल होगा।

If the radial and transverse velocities of a particle are proportional to each other, show that the path is an equiangular spiral.

Ans. [MT-09, P.No.115]

- (12) दो हल्की प्रत्यास्थ डोरियाँ m द्रव्यमान के एक कण से बंधी है और उनके दूसरे सिरे बिन्दुओं से इस प्रकार बंधे हैं कि डोरी तनी रहे। यदि प्रत्येक का प्रत्यास्थ गुणांक λ , तनाव T तथा लम्बाई a तथा b है तो सिद्ध कीजिए कि डोरी के अनुदिश एक दोलन का समय होगा।

Two light elastic strings are fastened to a particle of mass m and their other ends are attached to two fixed points so that the strings are taut. The modulus of elasticity of each is λ , the tension T and lengths a and b . Show that the period of oscillation along the line of the strings is,

$$2\pi \sqrt{\frac{mab}{(T + \lambda)(a+b)}}$$

Ans. [MT-9, P.No. 152]

- (14) M पाउण्ड द्रव्यमान को ट्रेन वेग v फुट/से., त्वरण f फुट/से. से α कोण झुकाव वाले चिकने समतल पर गतिमान है जहाँ $\sin \alpha = \frac{1}{n}$ । सिद्ध कीजिए की ट्रेन की प्रभावी अश्व शक्ति $\frac{Mv(nf + g)}{550 \text{ mg}}$ है।

A train of mass M lbs. is ascending a smooth inclination α where $\sin \alpha = \frac{1}{n}$ and the velocity of train is v ft./sec., its acceleration is f ft./sec². Prove that the effective H.P. of the engine is $\frac{Mv(nf + g)}{550 \text{ mg}}$.

Ans. [MT-09, P.No.199]

- (15) ध्रुव बिन्दु की ओर बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन कोई कण $r = a \sin n\theta$ वक्र पर गतिमान है।
A particle describes the curve $r = a \sin n\theta$ under a force to the pole, find the law of force.

Ans. [MT-9, P.No.237]

- (16) Find moment of inertial of elliptic disc of radius a and mass M about its major axis.
 M द्रव्यमान व a त्रिज्या वाली दीर्घवृत्तीय पटल का जड़त्व आघूर्ण उसकी दीर्घअक्ष के सापेक्ष ज्ञात करो।

Ans. [MT-09, P.No. 269]

- (17) Describes momental ellipse. आघूर्णी दीर्घवृत्त को समझाइये।

Ans. [MT-09, P.No. 297]

- (18) The resultant of two forces P and Q is of the magnitude P . Show that if the forces P be doubled, Q remaining unaltered, the new resultant will be at right angled to Q and it's magnitude will be $\sqrt{(4P^2 - Q^2)}$
दो बल P तथा Q के परिणामी का परिमाण P है यदि P को दुगुना कर दिया जाए Q तथा अपरिवर्तित रहे तो सिद्ध कीजिए कि नया परिणामी Q के लम्बवत् होगा तथा उसका परिमाण $\sqrt{(4P^2 - Q^2)}$ होगा।

Ans. [MT-09, P.No. 7]

- (19) The sides AB and AC of a triangle are bisected in D and E . Show that the resultant of the forces represented by BE and DC is represented in magnitude and direction by $\left(\frac{3}{2}\right) BC$.

एक त्रिभुज की भुजाओं AB तथा AC के मध्य बिन्दु D तथा E है। सिद्ध कीजिए कि BE तथा DC से निरूपित बलों का परिणामी परिमाण तथा दिशा में $\left(\frac{3}{2}\right) BC$ से निरूपित होगा।

Ans. [MT-09, P.No. 20]

- (20) Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are W_1, W_2 and μ_1, μ_2 respectively.

Show that greatest inclination of the plan for equilibrium is $\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right)$

एक भारहीन डोरी द्वारा बंदे हुए W_1 तथा W_2 भार के दो एण्ड कण जिनके घर्षण गुणांक क्रमशः μ_1 तथा μ_2 है। एक आनत समतल पर रखे हुए है। सिद्ध कीजिए कि संतुलन की अवस्था में तल का अधिक से अधिकतम झुकाव है।

$$\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right)$$

Ans. [MT-09, P.No. 46]

- (21) Find the tension in a string or thrust in a rod.
डोरी में तनाव या दण्ड में प्रणोद ज्ञात करना।

Ans. [MT-09, P.No. 62]

- (22) Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius a so to be in contact with two thirds of the circumference of the pulley is

$$a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} \right]$$

प्रदर्शित कीजिए कि एक बिना सिरे की बंद जंजीर जो त्रिज्या a की एक वृत्ताकार घिरनी के $2/3$ भाग के सम्पर्क में है तो उसकी लम्बाई होगी :

$$a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} \right]$$

Ans. [MT-09, P.No. 91]

- (23) Two forces P and Q acting at a point have got a resultant R . If Q be doubled R , is doubled. Again if Q be reversed in direction, then also R is doubled. Show that :

$$P:Q:R = \sqrt{2}:\sqrt{3}:\sqrt{2}$$

दो बल P तथा Q का परिणामी R है। यदि Q को दुगुना कर दिया जाये तो R भी दुगुना हो जाता है। और यदि Q को विपरित दिशा में कर दिया जाए तो भी R दुगुना हो जाता है। सिद्ध कीजिए।

$$P:Q:R = \sqrt{2}:\sqrt{3}:\sqrt{2}$$

Ans. [MT-09, P.No. 7]

- (24) The radial and transverse velocities of a particle are λr and $\mu\theta$. Find its path and show that its radial and transverse components of acceleration are respectively :

$$\lambda^2 r = \frac{\mu^2 \theta^2}{r} \quad \text{and} \quad \mu\theta = \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$$

किसी कण के अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग λr तथा $\mu\theta$ है। इसका पथ ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि इसके अरीय एवं अनुप्रस्थ त्वरण क्रमशः

$$\lambda^2 r = \frac{\mu^2 \theta^2}{r} \quad \text{एवं} \quad \mu\theta = \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$$

Ans. [MT09, P.No. 114]

- (25) Prove that the angular acceleration in the direction of Motion of a Point moving in a

plane is $\frac{v}{\rho} \frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2} \frac{d\rho}{ds}$

सिद्ध कीजिए कि एक समतल में गतिमान एक कण के गति की दिशा में कोणीय त्वरण $\frac{v}{\rho} \frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2} \frac{d\rho}{ds}$ होगा।

Ans. [MT-09, P.No. 123]

- (26) 5 व 9 किग्रा भार के बलों का परिणामी ज्ञात कीजिये जो 120° कोण पर क्रियाशील है।

(Find the resultant of forces of 5 and 9 Kg. which are active at 120° .)

उत्तर P.No. 6, उदाहरण 1

- (27) बल त्रिभुज नियम के विलोम का कथन कर इसकी उत्पत्ति कीजिए।

(Write and derive converse of triangle law of forces.)

उत्तर P.N. 17, 2.3

- (28) लामी प्रमेय का कथन कर इसकी उत्पत्ति कीजिए।

(Write and derive Lami's theorem.)

उत्तर P.No. 22, 2.6

- (29) एक खोखले गोले की त्रिज्या 'a' है। यदि घर्षण गुणांक $\frac{1}{\sqrt{3}}$ हो तो ज्ञात कीजिए कि कण उसके भीतर कितनी ऊँचाई तक विरामावस्था में रह सकता है?

(A hollow sphere has radius a . If friction coefficient is $\frac{1}{\sqrt{3}}$, then at how much height can a particle be at rest inside the sphere?)

उत्तर P.N. 32, उदाहरण - 1

- (30) यदि एक कण इस प्रकार गमन करता है कि उसका अरीय वेग, अनुप्रस्थ वेग के समानुपाती होता है तो सिद्ध कीजिये कि इसका वक्र एक समान कोणिक सर्पिल है।

(A particle moves in such a way that its radial velocity is proportional to its transversal velocity, then prove that its curve is uniform equiangular spiral.)

उत्तर P.N. 115, उदाहरण 8

- (31) एक कण सरल आवर्त गति से जिसका आयाम a है, गतिमान है। किसी बिन्दु पर इसका वेग ज्ञात कीजिए। केन्द्र से कितनी दूरी पर इसका वेग अधिकतम वेग का आधा होगा?

(A particle moves in simple harmonic motion with amplitude a . Find its velocity at any point. How much distance from centre its velocity is half of maximum velocity.)

उत्तर P.No. 134, उदाहरण 1

- (32) एक व्यक्ति लिफ्ट में रखी गई भार तोलने वाली मशीन पर खड़ा है। लिफ्ट जब विरामावस्था में है तब मशीन व्यक्ति का भार 60 Kg. बताती है। लिफ्ट जब ऊपर की ओर 100 सेमी/सेकण्ड² त्वरण से गतिशील होती है तो भार-मशीन व्यक्ति का क्या भार बतायेगी? ($g = 980$ सेमी/सेकण्ड²)

(A person is standing on a weight machine placed in lift. When a lift is at rest, the machine shows 60 Kg. weight of person. When lift is moving upwards with acceleration 100 cm/sec^2 , what will the machine show the weight of person)

उत्तर P.No. 195, उदाहरण 1

- (33) केप्लर नियमों को बताइये।
(Write Kepler's law.)

उत्तर P.No. 251, 13.5

- (34) किसी दिये हुए बल के दो निर्दिष्ट दिशाओं में घटक बल ज्ञात कीजिए।

Find the components of a given force in two given directions. (MT-09, Page-9)

- (35) एक एकसमान सीढ़ी सीमान्त सन्तुलन में स्थित है, जिसका एक सिरा μ घर्षण गुणांक वाली रूक्ष भूमि पर है और दूसरा सिरा किसी चिकनी दीवार के सहारे है। सिद्ध कीजिए कि सीढ़ी का उद्घाटन से झुकाव $\tan^{-1}(2\mu)$ है।

(MT-09, Page-40)

- (36) 1 लम्बाई को एकसमान जंजीर एक क्षैतिज रेखा के दो बिन्दुओं के मध्य खींची है जो अपने भार के n गुने तनाव को सहन कर सकती है। प्रदर्शित कीजिए कि इसके मध्य में न्यूनतम झोल है।

A uniform chain of length, which can just bear a tension of n times of its weight, is stretched between two points in the same horizontal line. Show that the least possible sag in the middle is $l \left\{ n - \sqrt{n^2 - \frac{1}{4}} \right\}$.

(MT-09, Page-83)

- (37) एक पिण्ड एक सरल रेखा OAB पर सरल आवर्त गति से गतिमान है। यह A तथा B पर विरामावस्था में है जिसकी O से दूरी क्रमशः a तथा b है और उसका वेग v है जब वह उनके मध्य बिन्दु पर है। प्रदर्शित करें कि पूर्ण आवर्तकाल $\frac{\pi(b-a)}{v}$ है।

A body moving in a straight line OAB with S.H.M. has zero velocity when at the points A and B whose distance from O are a and b respectively, and has velocity v when half way between them. Show the complete period is $\pi(b-a)/v$.

(MT-09, Page-139)

- (38) एक कण का द्रव्यमान m प्रतिरोधी माध्यम, जिसका प्रतिरोध वेग का μ गुणा है, में गिरता है। यदि कण विरामावस्था से गति आरम्भ करता है तो सिद्ध कीजिए कि t समय में चली गई दूरी होगी

A particle of mass m is falling under the influence of gravity through a medium whose resistance equal μ times the velocity. If the particle were released from rest, show that the distance fallen through in time t is $\frac{gm^2}{\mu^2} \left[\frac{\mu t}{m} - 1 + e^{-\mu t/m} \right]$. (MT-09, page-179)

- (39) एक कण एक उध्वाधर वृत्त की बाहरी सतह पर फिसल रहा है। यदि इसका प्रारम्भिक वेग प्रारम्भिक बिन्दु पर केन्द्र के उपर h ऊँचाई से इस बिन्दु तक गिरने पर प्राप्त वेग के बराबर हो तो सिद्ध करो कि यह केन्द्र से $\frac{2h}{3}$ ऊँचाई पर वृत्त से सम्पर्क छोड़ देगा।

A particle moves under gravity in a vertical circle, sliding down the convex side of a smooth circular arc. If the initial velocity is that due to a fall to the starting point from a height h above the centre, show that it will fly off the circle when at a height $\frac{2h}{3}$ above the centre. (MT-09, page-223)

- (40) किसी ग्रह का सूर्य के चारों ओर अपनी सकेन्द्र कक्षा में अधिकतम एवं न्यूनतम वेग क्रमशः 30 और 29.2 किमी/सैकण्ड हैं। सकेन्द्र कक्षा की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

The greatest and least velocities of a certain planet in its orbit round the sun are 30 and 29.2 kilometers per second. Find the eccentricity of the orbit. (MT-09, page-258)

- (41) सिद्ध कीजिए कि M द्रव्यमान के एक त्रिभुजाकार पटल, त्रिभुज के कोणीय बिन्दुओं पर रखे $\frac{M}{12}$ द्रव्यमान के तीन कण तथा एक $\frac{3M}{4}$ द्रव्यमान का कण जड़त्व केन्द्र पर रखा हो तो सम आघूर्णी है।

Show that a uniform triangular lamina of mass m is equi-momental with three particles, each of mass $\frac{M}{12}$, placed at the angular points and a particles of mass $\frac{3M}{4}$ placed at the centre of inertia of triangular lamina. (MT-09, page-302)

- (42) The resultant of two forces P and Q is of the magnitude P . Show that if the force P be doubled, Q remaining unaltered the new resultant will be at right angled to Q and its magnitude will be $\sqrt{4P^2 - Q^2}$

दो बल P व Q के परिणामी का परिमाण P है, यदि P को दोगुना कर दिया जाए तथा Q अपरिवर्तित रहे

तो सिद्ध करो कि नया परिणामी Q के लम्बवत होगा तथा उसका परिमाण $\sqrt{4P^2 - Q^2}$ होगा।

(Ans. MT-09, P.7)

- (43) State and prove $\lambda - \mu$ theorem.

$\lambda - \mu$ प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

(Ans. MT-09, P.19)

- (44) One end of a heavy uniform rod AB can slide along a rough horizontal rod AC to which it is attached by a ring ; B and C are joined by a string. When the rod is just on the point of slipping, the string is perpendicular to the rod which makes an angle x with the vertical. Prove that the coefficient of friction is given by:

एक भारी एवं एक समान छड़ AB का सिरा A , एक रूक्ष क्षैतिज छड़ AC पर फिस्ल सकता है। B व C को एक डोरी द्वारा बाँध दिया जाता है। जब AB फिस्लने की अवस्था में होती है तो डोरी AB पर समकोण बनाती है और AB

ऊध्वाधर से कोण X बनाती है। सिद्ध कीजिए कि घर्षण गुणांक $\mu = \frac{\tan \alpha}{Q + \tan^2 x}$

(Ans. MT-09, P.34)

- (45) A heavy elastic string whose natural length is $2\pi a$ is placed round a smooth cone whose axis is vertical and whose semi vertical angle is α . If W be the weight and λ the modulus of elasticity of the string. Prove that it will be in equilibrium when in the form of a circle whose radius is $a \left(1 + \frac{W}{2\pi \lambda} \cot \alpha \right)$

एक भारी प्रत्यास्थ डोरी जिसकी स्वाभाविक लम्बाई $2\pi a$ है, एक चिकने शंकु के चारों ओर लपेटी गई है। शंकु का अक्ष ऊर्ध्वार्ध तथा अर्धशीर्ष कोण α है। यदि डोरी का भार W तथा प्रत्यास्थता मापांक λ हो तो सिद्ध कीजिए कि डोरी जब सन्तुलन में है तब उसकी वृत्ताकार आकृति की त्रिज्या होगी —

$$a \left(1 + \frac{W}{2\pi \lambda} \cot \alpha \right)$$

(Ans. MT-09, P.67)

- (46) Derive Intrinsic equation of the catenary.

कैटनरी का नैज समीकरण व्युत्पित कीजिए।

(Ans. MT-09, P.79)

- (47) Find the force to the pole when a particle describes the curve $r = a \sin n\theta$

ध्रुव बिन्दु की ओर बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन कोई कण वक्र $r = a \sin n\theta$ पर गतिमान है।

(Ans. MT-09, P.237)

- (48) The earth's attraction on a particle varies inversely as the square of its distance from the earth's centre. A particle whose weight on the surface of the earth is W , falls to the surface of the earth from a height $5a$ above it.

Show that the work done by the earth's attraction is $\frac{5}{6} aW$; where a is the radius of the earth.

पृथ्वी का कण पर आकर्षण बल पृथ्वी के केन्द्र से कण की दूरी के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती है। कण जिसका पृथ्वी पर भार W है, पृथ्वी से $5a$ ऊँचाई से पृथ्वी पर गिरता है। सिद्ध कीजिए कि पृथ्वी के आकर्षण बल द्वारा इस विस्थापन में किया गया कार्य $\frac{5}{6} aW$ है, जहाँ a पृथ्वी की त्रिज्या है।

(Ans. MT-09, P.198)

- (49) A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection, required in order that after leaving the circle the particle may pass through the centre is

$$\sqrt{\frac{ag}{z}} (\sqrt{3} + 1)$$

एक कण 'a' त्रिज्या वाले ऊर्ध्वार्ध वृत्त के निम्नतम बिन्दु से अंदर की ओर फेंका जाता है। यदि कण वृत्त को छोड़ने के

बाद इसके केन्द्र से गुजरता हो तो प्रक्षेप वेग $\sqrt{\frac{ag}{z}} (\sqrt{3} + 1)$ होगा।

(Ans. MT-09, P.220)

- (49) Two force P and Q acting at a point have get a resultant R . If Q be doubled, R is doubled Again. If Q be reversed in direction then also R is doubled. Show that :

$$P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$$

दो बलों P व Q का परिणामी R है। यदि Q को दुगुना कर दिया जाए तो भी R दुगुना हो जाता है और

यदि Q की दिशा उलट भी जाए तो भी दुगुना हो जाता है, सिद्ध करो कि

$$P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$$

(Ans. MT-09, P.7)

- (50) D is the middle point of the side AB of the equilateral triangle ABC, prove that the resultant of two forces represented respectively by AD and AC is represented in magnitude by $\sqrt{7}$ times AD.

एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा AB का मध्य बिन्दु D है। सिद्ध कीजिए कि AD तथा AC से निरूपित दो बलों का परिणामी परिमाण में $\sqrt{7}$ AD से निरूपित होगा।

(Ans. MT-09, P.20,21)

- (51) Prove that minimum force, required necessarily for pulling a body of 'w' weight on a rough horizontal plane is $\sin \lambda$; where λ is angle of friction.

सिद्ध कीजिए कि 'w' भार के एक पिण्ड को रूक्ष क्षैतिज समतल पर खींचने के लिए आवश्यक न्यूनतम बल $w \sin \lambda$ है जहाँ λ घर्षण कोण है।

(Ans. MT-09, P.33)

- (52) A string of length a forms the shorter diagonal of a rhombus formed of four uniform rods, each of length b and weight W. which are hinged together. If one of the rods be supported in a horizontal position, prove that the tension of the string is :-

A लम्बाई की एक डोरी चार एक समान परस्पर जुड़े हुए छड़ों द्वारा बने समचतुर्भुज का छोटा वाला विकर्ण बनाती है। जहाँ प्रत्येक छड़ की लम्बाई b और w भार है। यदि उनमें से एक छड़ क्षैतिज स्थिति में आधारित किया गया हो, तो सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव होगा :-

$$\frac{2w(2b^2 - a^2)}{b\sqrt{4b^2 - a^2}}$$

(Ans. MT-09, P.65)

- (53) Derive the Cartesian equation of Common Catenary.

साधारण कैटेनरी का कार्तीय समीकरण व्युत्पत्ति करो।

(Ans. MT-09, P.80,81)

- (54) A uniform chain of length l, is to be suspended from two points A and B in the same horizontal line so that either terminal tension is n times that at the lowest point. Show that the span AB must be :

L लम्बाई की एकसमान जंजीर क्षैतिज रेखा के दो बिन्दु A व B के मध्य झूलती है, जिसके सिरों पर तनाव निम्नतम बिन्दु पर तनाव का n गुना है तो सिद्ध करो कि इसकी विस्तृति होनी चाहिए:

$$\frac{l}{\sqrt{(n^2-1)}} \log_e \left\{ n + \sqrt{(n^2-1)} \right\}$$

(Ans. MT-09, P.100)

- (56) A train of mass M lbs is ascending a smooth incline of angle α (where $\sin \alpha = 1/n$) when the velocity of the train is v ft./sec. Its acceleration is f ft./sec². Prove that the effective horse power of the engine is:

$$H = \frac{Mv(nf + g)}{550ng}$$

M पाउण्ड द्रव्यमान की ट्रेन, v फुट/सेकण्ड वेग, f फुट/सेकण्ड² त्वरण से α कोण झुकाव वाले चिकने आनत समतल पर गतिमान है, जहाँ $\sin \alpha = 1/n$ सिद्ध कीजिए कि ट्रेन की प्रभावी अश्व शक्ति है :

$$H = \frac{Mv(nf + g)}{550ng}$$

(Ans. MT-09, P.199)

- (57) A particle moves under gravity in a vertical circle, sliding down the convex side of a smooth circular arc. If its initial velocity is that due to a fall to the starting point from a height h above the centre; show that it will fly off the circle when at a height $\frac{2}{3}h$ above the centre.

एक कण एक ऊध्वार्धर वृत्त की बाहरी सतह पर फिस्ल रहा है। यदि इसका प्रारम्भिक वेग प्रारम्भिक बिन्दु पर केन्द्र के ऊपर h ऊँचाई से इस बिन्दु तक गिरने पर प्राप्त वेग के बराबर हो तो सिद्ध करो कि यह केन्द्र से $\frac{2}{3}h$ ऊँचाई पर वृत्त से सम्पर्क छोड़ देगा।

(Ans. MT-09, P.223)

VMOU