B.Sc./B.A. Mathematics
Paper code – MT -07 (Algebra)
Question Bank-2015
Section-A

1. (i). Define abelian group.

आबेली समूह को परिभाषित कीजिए।

(ii). Every cycle group is abelian .

प्रत्येक चक्रीय समयह क्रमविनिमेय होता है।

(iii). $G=\left[\{1,-1,i,-i\},\bullet\right]$ में उपसमूह $H=\left[\{1,-1\}\bullet\right]$ के सभी सहमुचय ज्ञात कीजिए।

Find all the cosets of subgroup $H=\left[\{1,-1\}.\right]$ in group $G=\left[\{1,-1,i,-i\},\bullet\right]$

(iv). Write the different types of Homornorphism .

समकारिता के विभिन्न प्रकार लिखिए्।

(v). What is commutative Ring and division ring?

क्रमविनिमेय वलय और भागफल वलय किसे कहते है?

(vi). Prove that 27 is Ideal of ring (Z,+,×) where 7 is a set of intgers.

सिद्ध कीजिये की 27 वलय (Z,+,×) की गुणजावली है जहाँ Z, पूर्णाकों का समुच्चय है,

(vii). Degine Bases of vector space

सदिश् समष्टि का आधार को परिभाषित कीजिए।

Section – B

2. Let Q^+ be the set of all positive real numbers and us $a*b=\frac{ab}{2},\ \forall a,b\in\phi^+$

Then show that $(Q^+,*)$ is an abelian group.

प्रदर्शित कीजिए कि धनात्मक परिमेय संख्याओंका समुचचय Q^+ संक्रिया$*$ के लिये एक आबेली समूह है, जहाँ संक्रिया निम्न प्रकार परिभाष्ति है।

$$a*b=\frac{ab}{2}\text{'}va,b\in Q^+$$

3. If

$$\sigma=\begin{pmatrix}1&7&2&6&3&5&8&4\end{pmatrix}$$

$$\rho=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\2&5&4&3&8&7&6&1\end{pmatrix}$$

The prove that $\rho\sigma\rho^{-1}=\left(\rho(1)\rho(7)\rho(2)\rho(6)\rho(3)\rho(5)p(8)\rho(4)\ \right)$

यदि

$\sigma = (1\ 7\ 2\ 6\ 3\ 5\ 8\ 4)$

$\rho = \begin{pmatrix} 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 \\ 2\ 5\ 4\ 3\ 8\ 7\ 6\ 1 \end{pmatrix}$

तो सिद्ध कीजिए की $\rho\sigma\rho^{-1} = (\rho(1)\rho(7)\rho(2)\rho(6)\rho(3)\rho(5)\,p(8)\rho(4)\ )$

4. If H is subgroup of group G and $K = \{x \in G / xH = Hx\}$ then prove that K is subgroup of G.

   यदि H, समूह G का उपसमूह है तथा $K = \{x \in G / xH = Hx\}$ तो सिद्ध कीजिए कि K, G का उपसमूह है।

5. If $H \Delta G,$ and $K \Delta G$ then prove that $HK \Delta G.$

   यदि $H \Delta G,$ एवं $K \Delta G$ तब सिद्र कीजिये कि $HK \Delta G.$

6. Every homomorphic image of a group G is homorophic to some quotient group of G.

   सिद्ध कीजिये प्रत्येक समूह G का समाकृतिक प्रतिबिम्ब G के किसी विभाग समूह के सिद्ध किजिये कि I किसी वलय R कि गुणाजावली है छात्र समुच्चय

7. Prove that the rield (QTi) rational numbers is a prime field. Define prine field or a field.

   सिद्ध कीजिये कि परिमेय संख्याओं का क्षेत्र एक अभाज्य क्षेत्र होता हैं क्षेत्र का अभाज्य परिभाषित कीजिये।

8. Prove that set W= $\{(a,b,c) / a - 3b + 4c = 0, a, b, c \in F\ \}$ is subspace of vector space $v(F) = \{(a,b,c) / a, b, C \in F\ \}$

   प्रदर्ष्ति कीजिये की समुच्चय W= $\{(a,b,c) / a - 3b + 4c = 0, a, b, c \in F\ \}$ सदिश समष्टि $v(F) = \{(a,b,c) / a, b, C \in F\ \}$

9. If S and T are subset of vector space $v(F)$ then prove that

   $(i)\, SCT(T) \Rightarrow L(S) \subset L(T)$

   $(ii)\, SCT(T) \Rightarrow L(S) \subset L(T)$

   $(iii)\, S$ is vector subspace of V if and only if $L(s) = s$

   $(iv)\, \mathrm{L}(L(s)) = L(\mathrm{s})$

   यदि S और T सदिश समष्टि $v(F)$ के उपसमुच्चय हो, तो

   $(i)\, SCT(T) \Rightarrow L(S) \subset L(T)$

   $(ii)\, SCT(T) \Rightarrow L(S) \subset L(T)$

$(iii)\, s, v$ की उपसभष्टि है यदि और केवल यदि $L(s) = s$

$(iv)\, \mathrm{L}(L(s)) = L(\mathrm{s})$

Section – C

10. Every finite group G of order n is isomorphic to a permutation group of degree n.

    प्रत्येक परिमित समूह किसी क्रमचय समूह को मुल्यकारी होती है।

11. Delemine a permutation group which is iso morphic to the multiplicative Grap $\{1, -1, \mathrm{i}, -1\}$.

    गुणन संक्रिया वाले समूह $G = \{1, i, -1, -i\}$ का क्रमवय समूह ज्ञात कीजिये तो G के साथ तुलनाकारी है।

12. If $\oplus$r $\odot$ are operation defind on the set of real numbers R, Where a$\oplus$+b = a+b+1 and a$\odot$b= a+b+ab $\forall$ a,b $\in R$, then prove that $(R_1 \oplus, \odot)$ is a commutative ring with unity .

    यदि $\oplus$एवं वासतविक संख्याओ के समुच्चय R पर परिभाषित संक्रियाए है। जहॉ $a \oplus b = a + b + 1$ तथा $a \odot b = a + b + ab \;\; \forall a, b \in R$ $(R, \oplus, \odot)$ एक इकाई अवयव सहित क्रमविनिमेय वलय है।

13. Prove that a Ring with unit clement can be embedded with ring without unity.

    सिद्ध कीजिये कि इकाई अवयव रहित वलय को किसी इकाई अवयव सहित वलय में अंत : स्थापित किया जा सकता है।

14. If I is an ideal of a ring R then the set $\frac{R}{I} = \{I + a / a \in R\}$ of all residue classes of S in R in forms a ring for two operations defined by (i) $(I + b) = I + (a + b)$ $(I + b) = I + (a.b)$