

Program Name B.Sc./B.A. (Mathematics)

B.Sc. /B.A. - Part II

Paper Code – MT- 06

(Numerical Analysis & Vector Calculus)

Section – B

(Short Answer Questions लघु उत्तर वाले प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है Each Question Carries 6 Marks

Q.1 यदि $\vec{F} = x y \sin z \hat{i} + y^2 \sin x \hat{j} + z^2 \sin x y \hat{k}$ हो तो बिन्दू $(0, \pi/2, \pi/2)$ पर $\text{div } \vec{F}$ का मान ज्ञात कीजिये।

If $\vec{F} = x y \sin z \hat{i} + y^2 \sin x \hat{j} + z^2 \sin x y \hat{k}$, find and $\text{div } \vec{F}$ at point $(0, \pi/2, \pi/2)$.

Ans. [MT-06, P.No. 328]

Q.2 पृष्ठो $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ व $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ के बिन्दू $(4, -3, 2)$ पर प्रतिच्छेदन कोण ज्ञात कीजिये।

Find the angle between two surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ and $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ at point $(4, -3, 2)$.

Ans. [MT-06, Page 354]

Q.3 फोलियम $x^3 + y^3 = 3a x y$, ($a > 0$) के पाश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the loop of folium $x^3 + y^3 = 3a x y$ ($a > 0$).

Ans. [MT-06, Page 431]

Q.4 समतल $z = 0$ पर समाकल $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ के लिए स्टोक की प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ $\vec{F} = x^2 \hat{i} + xy \hat{j}$ तथा C

सरल रेखाओं $x = 0$, $x = a$, $y = 0$ एवं $y = b$ द्वारा निर्मित आयत की परिसीमा है।

Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = x^2 \hat{i} + xy \hat{j}$ taken round the rectangle bounded by the lines $x = 0$ and $x = a$, $y = 0$ and $y = b$.

Ans. [MT-06, Page 407]

Q.5 निम्न आंकड़ों से $f'(1.1)$ तथा $f''(1.1)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find $f'(1.1)$ and $f''(1.1)$ from the following data

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
y	7989	8.403	8.781	9.129	9.451	9.750	10.031

Ans. [MT-06, Page 186]

Q.6 सिम्पसन नियम की सहायता से सिद्ध कीजिए कि

Prove that by using Simpson's rule

$$\int_1^7 \frac{dx}{x} = \log_e 7 = 1.9587$$

Ans. [MT-06, Page 216]

Q.7 गॉस जार्डन विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिये।

Using Gauss Jordan method solve the following system of equations:

$$x + y + z = 9$$

$$2x - 3y + 4z = 13$$

$$3x + 4y + 5z = 40$$

Ans. [MT-06 Page 255]

Q.8 आयलर की विधि द्वारा $x = 1$ पर निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिये।

At $x = 1$. Using Evler's method, solve the following differential equation

$$\frac{dy}{dx} = x + y \quad \text{Where } y = 0 \text{ when } x = 0$$

जहाँ $y = 0$ जब $x = 0$

Ans. [MT-06, Page 286]

Q.9 सिद्ध कीजिये (Prove that)

$$(i) \quad \left(\frac{\Delta^2}{\epsilon} \right) x^3 = 6x, \quad h = 1$$

$$(ii) \quad \left(\frac{\Delta^2}{\epsilon} \right) \left(\frac{e^x \in e^x}{\Delta^2 e^x} \right) = e^x, \quad h = 1$$

Ans. [MT-06, Page 33]

Q.10 पृष्ठ $xyz = 4$ के बिन्दु $(1, 2, 2)$ पर स्पर्शतल और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of normal and tangent plane for surface $xyz = 4$ at point $(1, 2, 2)$.

Ans. [MT-06, Page 352]

Q.11 यदि $\vec{F} = x^2 y \hat{i} + x z \hat{j} + 2y z \hat{k}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\text{div}(\text{curl } \vec{F}) = 0$

If $\vec{F} = x^2 y \hat{i} + x z \hat{j} + 2y z \hat{k}$ then prove $\text{div}(\text{curl } \vec{F}) = 0$

Ans. [MT-06, Page 360]

Q.12 समाकल $\int_C [(xy + y^2)dx + x^2 dy]$ के लिए समतल में ग्रीन की प्रमेय का सत्यापन कीजिए जहाँ C परबलय

$y = x^2$ और $y = x$ सरल रेखा द्वारा क्षेत्र R की परिसीमा है।

Verify Green's theorem in the plane for $\int_C [(xy + y^2)dx + x^2 dy]$ where C is the boundary

of the region defined by $y = x^2$ and $y = x$.

Ans. [MT-06, Page 427]

Q.13 $\text{curl} \left[\frac{\vec{r}}{r^2} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find curl $\left[\begin{array}{c} \vec{r} \\ r^2 \end{array} \right]$

Ans. [MT-06, Page 334]

Q.14 दिया हुआ है (Given)

$$\sin 45^\circ = 0.7071$$

$$\sin 50^\circ = 0.7660$$

$$\sin 55^\circ = 0.8192$$

$$\sin 60^\circ = 0.8660$$

निम्न मानों की सहायता से $\sin 53^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

Using above data find $\sin 53^\circ$.

Ans. [MT-06, Page 97]

Q.15 निम्न सारणी से $F(10)$ का मान लंग्राज सूत्र द्वारा ज्ञात कीजिए।

Obtain $F(10)$ from the following table by using Langrange's formula.

x	5	6	9	11
$F(x)$	12	13	14	16

Ans. [MT-06 Page 129]

Q.16 निम्न सारणी से $x = 1.2$ पर $\frac{dy}{dx}$ तथा $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 1.2$ from the following table.

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
y	2.7183	3.3201	4.0552	4.9530	6.0496	7.3891	9.0250

Ans. [MT-06, Page 185]

Q.17 ट्रेपिजोइडल समलम्बीय नियम द्वारा निम्न समाकल का मान निकालने के लिए परिकलन कीजिए।

Compute the value of following Integral by Trapezodial role.

$$\int_4^{5.2} \log x \, dx$$

Ans. [MT-06, Page 207]

Q.18 यदि $\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$, $\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j}$ और $\vec{c} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ हो तो

$\frac{d}{d\theta} \left[\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \right]$ का $\theta = 0$ पर मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$, $\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$, find

$\frac{d}{d\theta} \left[\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \right]$ at $\theta = 0$.

Ans. [MT-06, Page 308]

Q.19 यदि $\phi(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz$ हो तो बिन्दु $(1, -2, 1)$ पर का grad ϕ मान ज्ञात कीजिए।

If $\phi(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz$, find grad ϕ at point $(1, -2, 1)$.

Ans. [MT-06, Page 323]

Q.20 यदि $\vec{F} = (xyz)^b [x^a \hat{i} + y^a \hat{j} + z^a \hat{k}]$ एक आघूर्णी सदिश तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{F} = (xyz)^b [x^a \hat{i} + y^a \hat{j} + z^a \hat{k}]$ is a irrotational vector. Find a and b .

Ans. [MT-06, Page 336]

Q.21 ग्रीन प्रमेय की सहायता से समाकल

$$\int_C [(x^2 - \cosh y)dx + (y + \sin x)dy]$$

का मान ज्ञात कीजिए जहाँ C उस आयत की परिसीमा है जिसके शीर्ष $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, $(\pi, 1)$ एवं $(0, 1)$ है।

Use Green's theorem in a plane to evaluate the Integral

$$\int_C [(x^2 - \cosh y)dx + (y + \sin x)dy]$$

where C is the boundary of the rectangle with vertices $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, $(\pi, 1)$ and $(0, 1)$.

Ans. [MT-06, Page 425]

Q.22 निम्न के मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate

(i) $\Delta^n(ab^{cx})$, $h=1$ (ii) $\Delta^n(e^{ax+b})$

Ans. [MT-06, Page 30]

Q.23 निम्न आंकड़ों से $F(4)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Use following data to obtain $F(4)$.

x	3	5	9	11
$F(x)$	6	24	108	174

Ans. [MT-06 Page 93]

Q.24 निम्न सारणी में $x=1.1$ पर $f'(x)$ एवं $f''(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

From the following table given below find $f'(x)$ and $f''(x)$ at $x=1.1$.

Ans. [MT-06, Page 188]

Q.25 पुनरावृत्ति विधि द्वारा समीकरण का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

Find the real root of the equation.

$$f(x) = x^3 + x^2 - 1$$

Ans. [MT-06, Page 237]

Q.26 एक देश की जनसंख्या विभिन्न वर्षों से निम्नानुसार है।

The population of a country in different years as given below.

वर्ष Year	1921	1931	1941	1951	1961
जनसंख्या (लाखों में)	46	66	81	93	101
Population (in Lakhs)					

वर्ष 1925 के लिए जनसंख्या का अनुमान कीजिए।

Estimate the population for the year 1925.

Ans. [MT-06, Page 98]

Q.27 निम्न सारणी में दिये गए मानों की सहायता से न्यूटन विभाजित अंतर सूत्र के प्रयोग द्वारा $x = 2$ पर $f(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

By means of Newton's divided difference formula find the value of $f(x)$ at $x = 2$ from the following table.

x	0	1	8
$f(x)$	8	68	123

Ans. [MT-06, Page 126]

Q.28 सिम्पसन नियम की सहायता सिद्ध कीजिए कि

Using Simpson's rule prove that

$$\int_1^7 \frac{dx}{x} = \log_e 7 = 1.9587$$

Q.29 मिथ्या स्थिति विधि द्वारा समीकरण $x^6 - x^4 - x^3 - 3 = 0$ का 1.5 तथा 1.6 के मध्य वाला वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

Find the real root between 1.5 and 1.6 to four decimals of the equation $x^6 - x^4 - x^3 - 3 = 0$ by false position method.

Ans. [MT-06, Page 234]

Q.30 यदि $\vec{a} = t^2\hat{i} - t\hat{j} + (2t+1)\hat{k}$ और $\vec{b} = 2t\hat{i} + \hat{j} - t\hat{k}$ हो तो निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = t^2\hat{i} - t\hat{j} + (2t+1)\hat{k}$ and $\vec{b} = 2t\hat{i} + \hat{j} - t\hat{k}$, find the following values.

(i) $\frac{d}{dt}(\vec{a} \cdot \vec{b})$ (ii) $\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b})$

Ans. [MT-06, Page 307]

Q.31 सिद्ध कीजिए कि (Prove that)

$$\vec{a} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{a} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

जहाँ (where) $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

Ans. [MT-06 Page 323]

Q.32 रेखा समाकल $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{F} = (y\hat{i} - x\hat{j})/\sqrt{x^2 + y^2}$ तथा C रेखाओं $x = \pm 1$ एवं $y = \pm 1$ द्वारा बना वर्ग है।

Evaluate the line Integral $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where $\vec{F} = (y\hat{i} - x\hat{j})/\sqrt{x^2 + y^2}$ and C is the square formed by the lines $x = \pm 1$ and $y = \pm 1$.

Ans. [MT-06, Page 368]

Q.33 गॉस अपसरण प्रमेय की सहायता से समाकल $\iint_C \vec{F} \cdot \hat{n} \, ds$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{F} = xy^2\hat{i} + y^3\hat{j} + zy^2\hat{k}$

एवं S लम्बवृत्तीय बेलन $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$, $z = 2$ का सम्पूर्ण पृष्ठ है।

Gaus divergene theorem Evaluate $\int \int_C \vec{F} \cdot \hat{n} \, ds$ where $\vec{F} = xy^2\hat{i} + y^3\hat{j} + zy^2\hat{k}$ and S is a

entire surface of right circular cylinder $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$, $z = 2$

Ans. [MT-06, Page 385]

Q.34 निम्न सारणी के प्रयोग से $(x-3)$ की घात वाला बहुपद ज्ञात कीजिए।

Find a polynomial of degree $(x-3)$ using following table.

x	5	11	27	34	42
$f(x)$	23	899	17315	35606	68510

Ans. [MT-06, Page 130]

Q.35 बेसल सूत्र द्वारा निम्न सारणी की सहायता से $x = 3.75$ पर y का मान ज्ञात कीजिए।

Use Bessel's formula find the value of y at $x = 3.75$ from the following table.

x	2.5	3	3.5	4.0	4.5	5.0
y	24145	22043	20225	18644	17262	16047

Ans. [MT-06, Page 155]

Q.36 निम्नलिखित सारणी से $x = 0.4$ पर $\frac{dy}{dx}$ तथा $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ज्ञात करिये।

Find the value of $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 0.4$ from the following table.

x	0.1	0.2	0.3	0.4
y	1.10517	0.122140	1.34986	1.49182

Ans. [MT-06, P.No.184]

Q.37 उचित सूत्र का प्रयोग कर निम्न समाकल का मान ज्ञात करें।

Evaluate following Integral by using suitable formula.

$$\int_{0.5}^{0.7} x^{1/2} e^{-x} dx$$

Ans. [MT-06, Page 217]

Q.38 संश्लिष्ट भाग के प्रयोग से $x = 1$ के समीप्य मे निम्न समीकरण $f(x) = x^3 - x^2 - 1.001x + 0.9999 = 0$ का हल ज्ञात कीजिए।

Use synthetic division to solve

$$f(x) = x^3 - x^2 - 1.001x + 0.9999 = 0$$

is the neighbourhood of $x = 1$.

Ans. [MT-06, Page 244]

Q.39 सिद्ध कीजिए कि (Prove that)

$$\text{grad } r = \hat{r}$$

Ans. [MT-06 Page 325]

Q.40 यदि \vec{a} और \vec{b} अचर सदिश हो तो सिद्ध कीजिए कि

If \vec{a} and \vec{b} are constant vectors then prove that

$$\operatorname{div} \left[\vec{r} \times \left(\vec{a} \times \vec{r} \right) \right] = -2 \left(\vec{r} \cdot \vec{a} \right)$$

Ans. [MT-06, Page 362]

Q.41 अचर a और b के मान ज्ञात कीजिए जब पृष्ठ $ax^2 - byz = (a+2)x$ और $4x^2y + z^2 = 4$ बिन्दू $(1, -1, 2)$ पर लम्बवत है।

Find the value of constant a and b when two surfaces $ax^2 - byz = (a+2)x$ and $4x^2y + z^2 = 4$ are perpendicular at point $(1, -1, 2)$.

Ans. [MT-06, Page 355]

Q.42 निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से $x = 23$ पर y का मान ज्ञात कीजिए।

Using following data find y at $x = 23$

x	10	20	30	40	50	60	70	80
$y = f(x)$	1	8	27	64	125	216	343	512

Ans. [MT-06, Page 90]

Q.43 निम्नलिखित सारणी से गॉस अग्र अन्तर्वेशन सूत्र के प्रयोग द्वारा $F(128)$ का मान ज्ञात कीजिए।

From the following table, find the value of $F(128)$ by Gauss's forward interpolation formula.

x	120	125	130	135	140
$f(x)$	49225	48316	47236	45926	44306

Ans. [MT-06, Page 152]

Q.44 निम्न आँकड़ों से $x = 7.5$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

From the following data given find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 7.5$.

x	7.47	7.48	7.49	7.50	7.51	7.52	7.53
$f(x)$	0.193	0.195	0.198	0.201	0.203	0.260	0.208

Ans. [MT-06, P.No.191]

Q.45 दिए गए सीमा अंतराल को चार समान अंतरालों में विभाजित कर, सिम्पसन के एक तिहाई नियम द्वारा $\log_e 2$ का मान ज्ञात कीजिए।

Divide the given interval into four equal sub-intervals, find the value of $\log_e 2$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

Q.46 यदि $\vec{F} = (t-t^2)\hat{i} + 2t^3\hat{j} - 3\hat{k}$ हो तो निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{F} = (t-t^2)\hat{i} + 2t^3\hat{j} - 3\hat{k}$, find the following

(i) $\int \vec{F}(t)dt$ (ii) $\int_1^2 \vec{F}(t)dt$

Ans. [MT-06, Page 315]

Q.47 यदि $f = 3x^2y$ और $g = xz^2 - 2y$ हो तो $\operatorname{grad}[(\operatorname{grad} f) \cdot (\operatorname{grad} g)]$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $f = 3x^2y$ and $g = xz^2 - 2y$, find $\operatorname{grad}[(\operatorname{grad} f) \cdot (\operatorname{grad} g)]$.

Ans. [MT-06 Page 324]

Q.48 सिद्ध कीजिए कि $r^4 \vec{r}$ एक परिनालिका सदिश होगी यदि $n = 3$ हो

Prove that $r^4 \vec{r}$ is a solenoidal if $n = 3$.

Ans. [MT-06, Page 330]

Q.49 समाकल $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{F} = (x^2 - y^2)\hat{i} + xy\hat{j}$ तथा C वक्र $y = x^3$ पर बिन्दु $(0,0)$ से बिन्दु $(2,8)$ तक का चाप है।

If $\vec{F} = 3xy\hat{i} - y^2\hat{j}$ evaluate $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where C is the arc of curve $y = x^3$ from $(0,0)$ to $(2,8)$.

Q.50 एक फर्म का लाभ निम्नानुसार है।

Profit of a farm is as follows

वर्ष (year)	1998	2000	2002	2004	2006
लाभ (लाखों में) Profit (in Lakhs)	80	86	96	104	114

इन आँकड़ों से वर्ष 2003 में हुए लाभ का अनुमान लगाइए।

Estimate the profit in 2003 by using above data.

Ans. [MT-06, Page 95]

Q.51 वह बहुपद ज्ञात कीजिए जो निम्न मान ग्रहण करता है।

Find the polynomial which assume the following values

$$f(-4) = 1245, \quad f(-1) = 33, \quad f(0) = 5$$

$$f(2) = 9, \quad f(5) = 1335$$

Ans. [MT-06, Page 127]

Q.52 दिए गए आँकड़ों से $x = 5$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

From the given data, find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 5$.

x	0	2	3	4	7	9
$f(x)$	4	26	58	112	466	922

Ans. [MT-06, P.No.192]

Q.53 न्यूटन रेफसन विधि से $x^4 - x - 10 = 0$ का $x = 2$ के समीप वाला मूल तीन दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

By using Newton-Raphson method, find the root of $x^4 - x - 10 = 0$ which is near to $x = 2$, correct to three place of decimals.

Ans. [MT-06, P.No.239]

Q.54 यदि \vec{a} और \vec{b} अचर सदिश हैं, n कोई अचर राशि हो और सदिश \vec{r} अदिश चर t का फलन है तथा

$$\vec{r} = (\cos nt)\vec{a} + (\sin nt)\vec{b}$$

तो सिद्ध कीजिए कि

$$(i) \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + n^2 \vec{r} = 0$$

$$(ii) \quad \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = n (\vec{a} \times \vec{b})$$

If \vec{a} and \vec{b} are constant vectors, n is a constant and \vec{r} is a vector function of scalar t and

$$\vec{r} = (\cos nt)\vec{a} + (\sin nt)\vec{b}$$

$$(i) \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + n^2 \vec{r} = 0$$

$$(ii) \quad \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = n (\vec{a} \times \vec{b})$$

Ans. [MT-06, Page 309]

Q.54 सिद्ध कीजिए (Prove that)

$$\operatorname{div} \vec{r} = 3$$

Ans. [MT-06 Page 327]

Q.55 $\operatorname{curl} \left(\frac{\vec{r}}{r^2} \right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\operatorname{curl} \left(\frac{\vec{r}}{r^2} \right)$.

Ans. [MT-06, Page 334]

Q.56 समाकल $\int_C (yz dx + (zx+1)dy + xy dz)$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ C बिन्दु $(1, 0, 0)$ से बिन्दु $(2, 1, 4)$ तक कोई पथ है।

Evaluate $\int_C (yz dx + (zx+1)dy + xy dz)$ where C is a path from $(1, 0, 0)$ to $(2, 1, 4)$.

Ans. [MT-06, P.No. 368]