

**Program Name B.Sc/B.A (Mathematics)**  
**B.Sc./B.A. Part I**  
**Paper Code – MT- 03**  
**(Co-ordinate Geometry & Linear Programming)**  
**Section – C**

**(Long Answer Questions दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न)**

**प्रत्येक प्रश्न 14½ अंक का है Each Question Carries 14½ Marks**

Q.1 Solve the following L.P.P. using Simplex Method.

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलैक्स विधि से ज्ञात कीजिये।

(अधिकतम) (Maximize)  $Z = -5x_1 + 3x_2$

प्रतिबंध (s.t.)  $2x_1 - x_2 \leq 15$

$x_1 - 3x_2 \leq 5$

एवं (&)  $x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-03, Page 285]

Q.2 Solve the following L.P.P. by 'Big M' Method

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को 'बड़ा M' विधि द्वारा हल कीजिये।

Maximize (अधिकतम)  $Z = 6x_1 + 4x_2$

Subject to the constraints (प्रतिबंध)  $2x_1 + 2x_2 \leq 30$

$3x_1 + 2x_2 \leq 24$

$x_1 + x_2 \geq 3$

and (तथा)

$x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-03, Page 0290]

Q.3 Find the equation of a right circular cylinder whose generators are parallel to Z-axis and intersect the surface  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  and  $lx + my + nz = p$ .

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसके जनक Z-अक्ष के समान्तर हैं। तथा पृष्ठ

$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ ,  $lx + my + nz = p$  को प्रतिच्छेदित करता है।

Ans. [MT-03, Page 88]

Q.4 यदि अतिपरवलय  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  के  $\lambda$  - जनक पर कोई बिन्दु  $\theta, \phi$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए

$$\tan \frac{\theta - \phi}{2} = \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}$$

और दर्शाइये कि  $\lambda$  - निकाय के किसी दिये हुये जनक के बिन्दुओं के लिये  $(\theta - \phi)$  अचर होता है।

Ans. [MT-03, Page 187]

Q.5 Solve the following L.P.P. using Simplex Method

Minimize  $Z = 6x_1 + 2x_2$

Subject to constraints

$2x_1 - x_2 \leq 2$

$$x_1 \leq 4$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलैक्स विधि से ज्ञात कीजिए।

निम्नतम  $Z = 6x_1 + 2x_2$

प्रतिबंध  $2x_1 - x_2 \leq 2$

$$x_1 \leq 4$$

तथा  $x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-03, Page 297]

Q.6 Use dual Simplex Method to solve the following L.P.P.

Maximize  $Z_p = x_1 + x_2$

Subject to constraints

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती सिम्पलैक्स विधि से ज्ञात कीजिए।

अधिकतम  $Z_p = x_1 + x_2$

प्रतिबंध  $2x_1 + x_2 \geq 4$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

तथा  $x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-03, Page 334]

Q.7 Solve the following (निम्न को हल कीजिये)

(a) assignment problem (नियतन समस्या)

	$D_1$	$D_2$	$D_3$
$O_1$	20	27	30
$O_2$	10	18	16
$O_3$	14	16	12

(b) Transportation problem (परिवहन समस्या)

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$a_i$
$O_1$	5	7	13	10	700
$O_2$	8	6	14	13	400
$O_3$	12	10	9	11	300
$b_j$	300	600	700	400	

Ans. [MT-03, Page 77]

Q.8 If any. Plane to the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  makes intercepts  $a, b, c$  on the co-ordinates axes, then prove that:

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}$$

गोला  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  के किसी बिन्दु पर खींचा गया स्पर्श समतल निर्देशी अक्षों से क्रमशः  $a, b, c$  अन्तर्खण्ड फाटता है तो सिद्ध

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}$$

Ans. [MT-03, Page 39]

Q.9 वृत्त  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$ , समतल  $x + 2y + 2z = 15$  का केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिये?

Find the centre and radius.

Circle  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$

Plane  $x + 2y + 2z = 15$

Ans. [MT-03, Page 24]

Q.10 उस गोले का समीकरण ज्ञात करो जो समतल  $3x + 2y - z + 2 = 0$  को बिन्दु  $(1, -2, 1)$  पर स्पर्श करता है। तथा गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 4 = 0$  को लाम्बिक रूप से काटता है।

Find the Equation of sphere which touch the plane  $3x + 2y - z + 2 = 0$  and the point  $(1, -2, 1)$  and intersect orthogonally the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 4 = 0$ .

Q.11 निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या के संगत द्वैती समस्या ज्ञात करो?

Max (अधिकतम)  $Z_p = 2x_1 + x_2$

s.t. (प्रतिबन्ध)  $2x_1 + x_2 \leq 3$

$3x_1 + x_2 \leq 1$

and (और)  $x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-03, Page 304]

Q.12 रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.)

(Min) न्यूनतम  $Z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$

(s.t.) प्रतिबंध  $x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 5$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$

& एवं  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$  using Simplex Method

को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिये?

Ans. [MT-03, Page 286]

Q.13 सिद्ध कीजिये कि दो वृत्त

$$x^2 + y^2 + z^2 - y + 2z = 0 ; x - y + z - 2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 8y + 1 = 0 ; x + 3z - 5 = 0$$

एक ही गोले पर स्थित है। तथा गोले का समीकरण भी ज्ञात कीजिये।

Ans. [MT-06, Page 30]

Q.14 Two spheres of radii  $r_1$  and  $r_2$  cut orthogonally; prove the radius of their common circle is

$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$$

$r_1$  और  $r_2$  त्रिज्या के दो गोले लाम्बिक रूप से काटते हैं। सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या है।

$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$$

Ans. [MT-06, P.No. 54]

Q.15 निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिये।

The following L.P.P. using Simplex Method.

Max  $Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$

s.t.  $2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$

$2x_2 + 5x_3 \leq 10$

And  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Ans. [MT-06, Page 275]

Q.16 निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या के संगत द्वैतीय समस्या ज्ञात करो।

Min.  $Z_p = 60x_1 + 50x_2$

s.t.  $x_1 + 2x_2 \leq 40$

$3x_1 + 2x_2 \leq 60$

And  $x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-06, Page 306]

Q.17 State and proof Fundamental Theorem of Duality.

Ans. [MT-03, Page 320]

Q.18 निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिये।

Use Simplex Method, the following L.P.P.

Minimize  $Z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$

s.t.  $x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 5$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$

And  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Ans. [MT-03, P.No. 286]

Q.19 Find the Equation of the tangent plane at a point of the conicoid.

किसी समतल के शांकवज का स्पर्शतल होने के लिये प्रतिबंध ज्ञात कीजिये।

Ans. [MT-03, Page 196]

Q.20 Find the Equation of the cone through six normals.

6 अभिलम्बो से जाने वाले शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Ans. [MT-03, Page 150]

Q.21 निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिये।

Use Simplex Method, the following linear programming problem.

Minimize  $Z = x_1 + x_2$

s.t.  $2x_1 + x_2 \geq 4$

$x_1 + 7x_2 \geq 7$

And  $x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-03, Page 298]

Q.22 A plane  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  meets the axes in  $A, B, C$  respectively, find the centre of equation of the circle circumscribing the triangle  $ABC$ .

समतल  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  निर्देशी अक्षों को क्रमशः बिन्दु  $A, B, C$  पर काटता है। त्रिभुज  $ABC$  के परिवृत का समीकरण और उसके केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-03, P.No. ]

Q.23 Prove that the locus of the foot of the perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  to any of its tangent planes is

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$$

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  के स्पर्श तल पर केन्द्र से लम्ब डाला गया है। सिद्ध कीजिए कि लम्ब के पद का बिन्दुपथ है।

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$$

Ans. [MT-03, Page 122]

Q.24 Solve the dual problem, the following Linear programming problem

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैत समस्या लिखिए उसका हल ज्ञात कीजिए।

Minimize  $Z_p = 4x_1 + 2x_2$

s.t.  $3x_1 + x_2 \geq 27$

$$x_1 + x_2 \geq 21$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 30$$

And  $x_1, x_2 \geq 0$

Ans. [MT-03, Page 344]

Q.25 Tangent planes are drawn from the point  $(\alpha, \beta, \mu)$  to the ellipsoid.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  Show that the perpendicular drawn from the origin on them generate the cone.

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  पर बिन्दु  $(\alpha, \beta, \mu)$  से स्पर्श समतल खींचे गये हैं। सिद्ध कीजिए कि उन पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्ब द्वारा निम्न शंकु बनता है।

$$(\alpha x + \beta y + \mu z)^2 = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2$$

Ans. [MT-03, Page 123]

Q.26 निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलैक्स विधि द्वारा हल कीजिए।

Use Simplex Method, the following linear programming problem.

Max  $2x_1 + 5x_2 + 7x_3$

s.t.  $3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 100$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100$$

$$\& \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Ans. [MT-03, P.No. 261]

Q.27 If  $\theta, \phi$  are  $\lambda$ -generators of Hyperboloid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  then prove that

$$\tan \frac{\theta - \phi}{2} = \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}$$

Also show that  $(\theta - \phi)$  is constant for given points of generator of  $\lambda$ -system.

यदि अतिपरवलयज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  के  $\lambda$ -जनक पर कोई बिन्दु  $\theta, \phi$  हो, तो प्रदर्शित कीजिए

$$\tan \frac{\theta - \phi}{2} = \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}$$

और दर्शाइये कि  $\lambda$ -निकाय के किसी दिये जनक के बिन्दुओं के लिये  $(\theta - \phi)$  अचर होता है।

Ans. [MT-03, Page 187]

Q.28 (a) If a right circular cone has three mutually perpendicular generating lines, then prove its semi vertical angle is  $\tan^{-1} \sqrt{2}$ .

किसी लम्बवृत्तीय शंकु की तीन परस्पर समकोणिक जनक रेखाएँ हो, तो सिद्ध करो कि उसका अर्धशीर्ष कोण  $\tan^{-1} \sqrt{2}$  होगा।

Ans. [MT-03, Page 83]

(b) Find the equation of a right circular cylinder whose radius is 3 and whose axis passes through the point  $(1, -1, 2)$  having direction ratios  $2, -1, 3$ .

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 3, अक्ष  $(1, -1, 2)$  से जाती है तथा उसकी दिक् अनुपात  $2, -1, 3$  है।

Ans. [MT-03, P.No. 103]