

Program Name B.Sc. / B.A. (Mathematics)
B.Sc. / B.A. Part I
Paper Code – MT- 02 (Calculus & Differential Equations)
Section – A

(Very Short Answer Questions अति लघु उत्तर वाले प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है Each Question Carries 2 Marks

Q.1 Write the formula of coordinates of centre of curvature for Cartesian curve.
कार्तीय वक्र के वक्रता केन्द्र के निर्देशांक का सूत्र लिखिये।

Ans.
$$\bar{x} = x - \frac{(1 + y'^2)y'}{y''}$$
$$\bar{y} = y + \frac{(1 + y'^2)}{y''}$$

Q.2 If $u = x^2 y^3 z^2$ then find the first order partial derivative with respect to y .
यदि $u = x^2 y^3 z^2$ हो तो y के सापेक्ष प्रथम कोटि का आंशिक अवकलज ज्ञात कीजिए।

Ans.
$$\frac{\partial u}{\partial y} = 3x^2 y^2 z^2$$

Q.3 Write the definition of extreme value?
चरम मान की परिभाषा लिखिए?

Ans. फलन के उच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ मान फलन के चरम मान कहलाते हैं।
Maximum and Minimum value of the function are called extreme value of function.

Q.4 What is the condition of convexity of the curve $y = f(x)$ at the point $p(x, y)$ with respect to x -axis.

x - अक्ष के सापेक्ष वक्र $y = f(x)$ के किसी बिन्दु $p(x, y)$ पर उत्तल होने का अभीष्ट प्रतिबन्ध लिखिए।

Ans.
$$y \frac{d^2 y}{dx^2} > 0$$

Q.5 Write the formula of common area of two Cartesian curves.
दो कार्तीय वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

Ans.
$$\int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$$

Q.6 Write the formula of Rectification for polar equations.
ध्रुवीय समीकरणों के लिए चापकलन का सूत्र लिखिए।

Ans.
$$\frac{ds}{d\theta} = \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}$$

Q.7 Write the value of $\left|\frac{3}{2}\right|$

$\frac{3}{2}$ का मान लिखिए।

Ans. $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$

Q.8 Write the expansion of e^x .
 e^x का प्रसार लिखिए।

Ans. $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

Q.9 Write the formula of $\frac{ds}{dx}$ for Cartesian curve.

कार्तीय वक्र के लिए $\frac{ds}{dx}$ का सूत्र लिखिए।

Ans. $\frac{ds}{dx} = \pm \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

Q.10 Write the formula of Pedal equation.
पदिक समीकरण के लिए सूत्र लिखिए।

Ans. $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2$

Q.11 Solve the order partial derivative with respect to y of the function $u = e^{axyz}$
फलन $u = e^{axyz}$ के y के सापेक्ष प्रथम आंशिक अवकल ज्ञात कीजिए।

Ans. $\frac{\partial u}{\partial y} = e^{axyz} (axz) = axzu$

Q.12 Write the formula of length of plane curve (Rectification) for parametric equation.
प्राचलिक समीकरणों के लिए चापकलन का सूत्र लिखिए।

Ans. $\frac{ds}{dx} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

Q.13 How many types of differential equation.
अवकल समीकरण कितने प्रकार की होती हैं?

Ans. दो (Two)

Q.14 Write the standard form of linear differential equation.
रेखिक अवकल समीकरण का मानक रूप लिखिए।

Ans. $\frac{dy}{dx} + Py = Q$

जहाँ P व Q स्वतंत्र चर x के फलन है।

Where P & Q are function of independent variable x .

Q.15 Write the n^{th} term of the following series :
निम्न श्रेणी का $n^{\text{वाँ}}$ पद लिखिए

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$$

Ans. $u_n = \frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$

Q.16 Write the expansion of $\log(1+x)$
 $\log(1+x)$ का प्रसार लिखिए।

Ans. $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \dots, -1 < x \leq 1$

Q.17 Write the value of $\frac{dy}{dx}$ for implicit function.

अस्पष्ट फलन के लिए $\frac{dy}{dx}$ का मान लिखिए।

Ans. $\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y}$ जहाँ $\left(\frac{\partial f}{\partial y} \neq 0\right)$

Q.18 How many asymptotes of the following curve :
 दिए गए वक्र की कितनी अनन्तस्पर्शियाँ होंगी

$$x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4 + x^2 - y^2 + x + y = 0$$

Ans. चार (Four)

Q.19 Write the definition of Gamma function.
 गामा फलन की परिभाषा लिखिए।

Ans. समाकलन $\int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx$ को गामा फलन कहते हैं जहाँ $n > 0$ और इसे Γn से व्यक्त करते हैं।

Integral $\int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx$ is called gamma function where $n > 0$ and denoted by Γn .

Q.20 What is the order and degree of the following differential equation.
 निम्न अवकल समीकरण की कोटि और घात क्या है?

$$x \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right) - 3y = 0$$

Ans. Order (कोटि) = 1
 degree (घात) = 3

Q.21 What is the volume of a sphere of radius r ?
 त्रिज्या r के गोले का आयतन क्या है?

Ans. $\frac{4}{3} \pi r^3$

Q.22 Write the formula of derivative of length of an arc in polar form.
 चाप की लम्बाई का अवकलनल का ध्रुवीय सूत्र लिखिए।

Ans. $\frac{ds}{d\theta} = \left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 \right]^{1/2}$

Q.23 Write the pedal equation from Cartesian form of equation.
कान्तीय रूप के समीकरण से पदिक समीकरण लिखिए

Ans.
$$p = \frac{x \frac{dy}{dx} - y}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$$

Q.24 How many types of asymptotes?
अनन्तस्पर्शी कितने प्रकार की होती है?

Ans. दो (2)

(i) अक्षों के समान्तर (ii) तिर्यक अनन्तस्पर्शी

Q.25 What is the condition of concavity with respect to y - axis.
 y - अक्ष के सापेक्ष अवलत होने का प्रतिबन्ध लिखिए

Ans.
$$x \frac{d^2x}{dy^2} < 0$$

Q.26 Write the formula of rectification for parametric equations.
प्राचलिक समीकरणों के लिए चापकलन का सूत्र लिखिए।

Ans.
$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

Q.27 What is the definition of order of differential equation.
अवकल समीकरण की कोटि की परिभाषा लिखिए।

Ans. अवकल समीकरण में विद्यमान अवकलजों की उच्चतम कोटि ही अवकल समीकरण की कोटि कहलाती है।

Q.28 Following curve symmetry about which axis.
दिया हुआ वक्र किस अक्ष के पारित सममित है:

$$xy^2 = 4a^2(2a - x)$$

Q.29 Write the formula of Rabbe's test.
राबे परीक्षण का सूत्र लिखिए।

Ans.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[\frac{u_n}{u_{n+1}} - 1 \right] = l$$

(i) if $l > 1$, $\sum u_n$ is convergent

यदि $l > 1$, $\sum u_n$ अभिसारी होगा

(ii) if $l < 1$, $\sum u_n$ is divergent

यदि $l < 1$, $\sum u_n$ अपसारी होगा

(iii) if $l = 1$, $\sum u_n$ both convergent or divergent together अभिसारी व अपसारी हो सकती है।

Q.30 Write the degree and order of the following differential equation
निम्न अवकल समीकरण की कोटि तथा घात लिखिए।

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2x \left(\frac{dy}{dx} \right)^4 = \sin^2 x$$

Ans. Order (कोटि) = 2

Degree (घात) = 2

Q.31 Write the relation between beta and gamma function?

बीटा व गामा फलन में सम्बन्ध लिखिए।

Ans. $B(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$

Q.32 How many asymptotes of the following curve

दिए गए वक्र की कितनी अनन्त स्पर्शियाँ होंगी

Ans. तीन (three)

Q.33 Write the formula of radius of curvature for intrinsic equation.

वक्र की नैज समीकरण के लिए वक्रता त्रिज्या का सूत्र लिखिए।

Ans. $\rho = \frac{ds}{d\Psi}$

Q.34 Write necessary and sufficient conditions for exact differential equations?

यथार्थ अवकल समीकरण की आवश्यकत एवं पर्याप्त प्रतिबंध लिखिए।

$$Mdx + Ndy = 0$$

Ans. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

Q.35 Write the condition of convergence of the hyper-harmonic series

हाइपर-हारमोनिक श्रेणी के अभिसारी होने का प्रतिबंध लिखिए।

$$\text{श्रेणी } \sum \frac{1}{n^\rho} = \frac{1}{1^\rho} + \frac{1}{2^\rho} + \frac{1}{3^\rho} + \dots + \frac{1}{n^\rho} + \dots$$

Ans. convergent if $\rho > 1$

अभिसारी होगी यदि

Q.36 Write the condition of double point is cusp.

द्विक बिन्दु के कस्प होने का प्रतिबंध लिखिए।

Ans. $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

Q.37 What is the condition of convexity with respect to y-axis for curve $y = f(x)$ at the point

(x, y) .

वक्र $y = f(x)$ को किसी बिन्दु (x, y) पर y-अक्ष के सापेक्ष उत्तल होने का प्रतिबंध क्या है?

Ans. $x \frac{d^2 x}{dy^2} > 0$

Q.38 What is the n^{th} term of the following series.

दी गई श्रेणी का $n^{\text{वाँ}}$ पद लिखिये।

$$x + \frac{1}{2} \frac{x^2}{3} + \frac{1.3}{2.4} \frac{x^3}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \frac{x^4}{7} + \dots$$

Ans.39 $u_n = \frac{1.3.5.....(2n-1)}{2.4.6..... 2n} \cdot \frac{x^{n+1}}{(2n+1)}$

Q.40 If $u = e^{x+y+z}$ then find $\frac{\partial u}{\partial x}$

यदि $u = e^{x+y+z}$ हो तो $\frac{\partial u}{\partial x}$ का मान बताइए।

Ans. $\frac{\partial u}{\partial x} = e^{x+y+z}$

Q.41 Write the expansion of $(1+x)^m$ where $m \in R$.

$(1+x)^m$ का प्रसार कीजिये जहाँ $m \in R$

Ans. $(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \dots$ when $-1 < x < 1$

Q.42 Write the order and degree of following differential equation.

दी गई अवकल समीकरण का घात व कोटि लिखिए।

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 6\frac{dy}{dx} = \sin x$$

Ans. Order (कोटि) = 2

degree (घात) = 3

Q.43 How many asymptotes of the following curve.

दी गई वक्र की कितनी अनन्तस्पर्शियाँ हैं।

$$x^3 - 6x^2y + 11xy^2 - 6y^3 + x + y + 1 = 0$$

Ans. तीन (Three)

Q.44 Write the n^{th} term of the series

निम्न श्रेणी का $n^{\text{वाँ}}$ पद लिखिए।

$$x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} + \dots$$

Ans. $u_n = \frac{n^n x^n}{n!}$

Q.45 Write the expansion of $\sin x$.

$\sin x$ का प्रसार लिखिए।

Ans. $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

Q.46 Write the formula of radius of curvature for polar curve.

ध्रुवीय वक्र के लिए वक्र की वक्रता त्रिज्या का सूत्र लिखिए।

Ans. $\rho = \frac{\left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\left[r^2 + 2 \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 - r \frac{d^2r}{d\theta^2} \right]}$

Q.47 What is the degree of homogeneous function of the following
निम्न समघात फलन की घात लिखिए।

$$f(x, y) = \frac{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{5}} + y^{\frac{1}{5}}}$$

Ans. $\frac{1}{20}$

Q.48 Write the condition of double point of the $f(x, y) = 0$

वक्र $f(x, y) = 0$ में द्विक बिन्दु विद्यमान होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

Ans. $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$

Q.49 Write the definition of beta function.

बीटा फलन की परिभाषा लिखिए।

Ans. समाकलन (Integral)

$$\int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx$$

जहाँ $m, n \geq 1$ को बीटा फलन कहते हैं।

Where $m, n \geq 1$ is called beta function.

Q.50 Write the degree and order of the following differential equation.

दी गई अवकल समीकरण की घात तथा कोटि लिखिए।

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 1 = 0$$

Ans. घात - 1 कोटि - 2
Degree = 1 order = 2