

Program Name B.Sc. / B.A. (Mathematics)
B.Sc. / B.A. Part I
Paper Code – MT- 01 (Discrete Mathematics)
Section – C

(Long Answer Questions दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न 14 अंक का है Each Question Carries 14 Marks

- Q.1 Describe transition function NFSA of for input string whose transition table is as follows:
 NFSA के लिए निवेश डोरी 00101 के प्रक्रमण को व्यक्त करने के लिए विस्तृत संक्रमण फलन लिखिए जहाँ संक्रमण तालिका निम्न हैं

S	Σ	f	
		0	1
s_0		$\{s_0, s_1\}$	$\{s_0\}$
s_1		ϕ	$\{s_2\}$
s_2		ϕ	ϕ

Ans. [MT-01, P.No. 164]

- Q.2 Find disjunctive normal form (DNF) of boolean function

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3) + x_2 + x_3'$$

बूलीय फलन $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3) + x_2 + x_3'$ का वियोजी प्रसामान्य रूप (DNF) ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 212]

- Q.3 Draw the switching circuit of function

$$x.z + y(y' + z)(x' + yz')$$

फलन $x.z + y(y' + z)(x' + yz')$ का स्विचन परिपथ बनाइए।

Ans. [MT-01, P.No. 220]

- Q.4 Prove that a graph G is connected if and only if G has a generating tree.

सिद्ध करो कि G एक सम्बद्ध ग्राफ है यदि और केवल यदि G का एक जनक वृक्ष है।

Ans. [MT-01, P.No. 358]

- Q.5 Draw the transition diagram of FSA having alphabet $\Sigma \{a, b\}$ and accept all string which have exactly two a .

उस FSA का संक्रमण आरेख तैयार कीजिए जिसके द्वारा वर्णमाला $\Sigma \{a, b\}$ पर वे सभी डोरियाँ स्वीकार्य हैं जिनमें यथार्थतः दो a 's हैं।

Ans. [MT-01, P.No. 162]

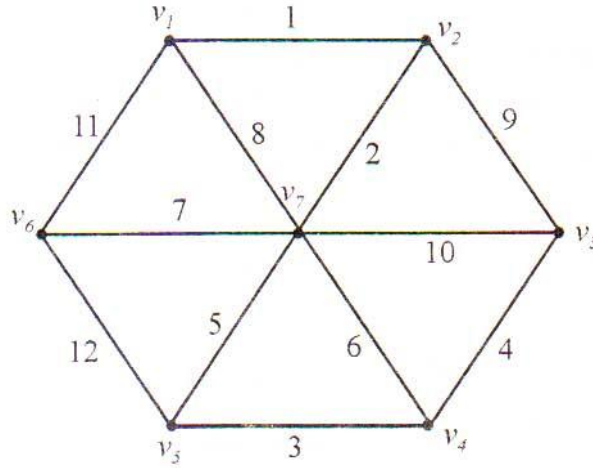
- Q.6 Draw the switching circuit of function

$$[x(yz') + (y'z)] + (xy'z)$$

फलन $[x(yz') + (y'z)] + (xy'z)$ का स्विचन परिपथ बनाइए।

Ans. [MT-01, P.No. 220]

- Q.7 Draw the minimal spanning tree of following weighted graph.
निम्न भारित ग्राफ का निम्निष्ठ जनक वृक्ष ज्ञात कीजिए :



Ans. [MT-01, P.No. 360]

- Q.8 State and prove Euler's formula for planar graph.

आयलर में सूत्र का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 334]

- Q.9 Let $H = 4Z$. Find all coset of (H, T) with respect to group set of integers (Z, T) .

माना $H = 4Z$ पूर्णांकों के समूह (Z, T) के अवयवों के सापेक्ष (Z, T) के उपसमूह (H, T) के सभी सहकुलक ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 89]

- Q.10 Draw the transition diagram for finite state automata $A = (\Sigma, S, y, s_0, f)$ where $\Sigma = \{0, 1\}$,

$S = \{s_0, s_1, s_2\}$, $y = \{s_2\}$, s_0 is initial state and $f(s_0, 0) = s_0$, $f(s_0, 1) = s_1$, $f(s_1, 0) = s_1$,

$f(s_1, 1) = s_2$, $f(s_2, 0) = s_2$, $f(s_2, 1) = s_2$

परिमित अवस्था आटोमेटा FSA, $A = (\Sigma, S, y, s_0, f)$ के लिए संक्रमण आरेख की रचना कीजिए यदि $\Sigma = \{0, 1\}$,

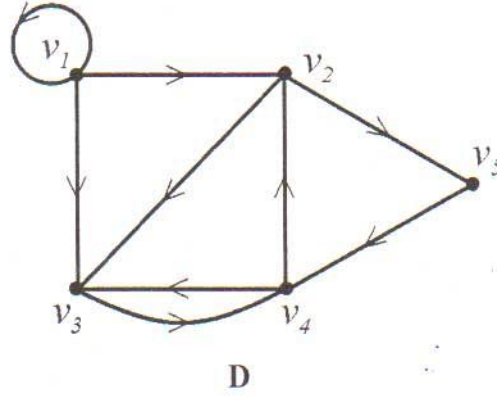
$S = \{s_0, s_1, s_2\}$, $y = \{s_2\}$, s_0 प्रारम्भिक अवस्था तथा $f(s_0, 0) = s_0$, $f(s_0, 1) = s_1$, $f(s_1, 0) = s_1$,

$f(s_1, 1) = s_2$, $f(s_2, 0) = s_2$, $f(s_2, 1) = s_2$

Ans. [MT-01, P.No. 155]

- Q.11 Write adjacency matrix of following directed graph.

निम्न दिष्ट ग्राफ का असन्तता आव्यूह लिखिए।



Ans. [MT-01, P.No. 376]

Q.12 Prove that a binary tree with n vertices has height at least $\lceil \log_2(n+1) - 1 \rceil$ and at most $\frac{n-1}{2}$ (where $\lceil M \rceil =$ minimum integer $\geq m$)

सिद्ध करो कि शीर्षों पर द्विचर वृक्ष की ऊँचाई कम से कम $\lceil \log_2(n+1) - 1 \rceil$ तथा अधिक से अधिक $\frac{n-1}{2}$ होती है
($\lceil M \rceil =$ न्यूनतम पूर्णांक $\geq m$)

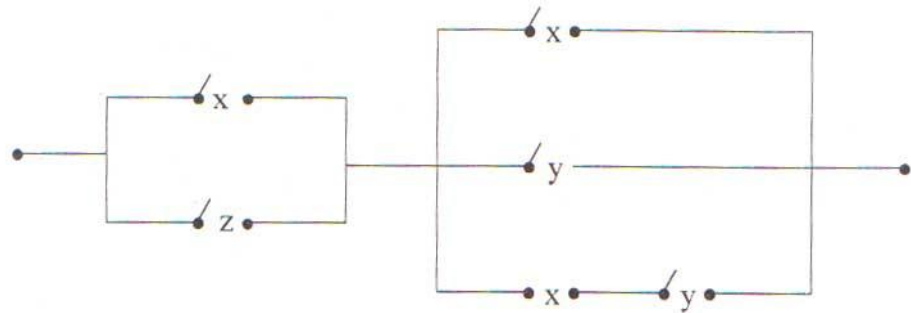
Ans. [MT-01, P.No. 356]

Q.13 In a Boolean algebra $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$. Prove that the binary relation \leq . Is a partial order relation on B .

सिद्ध कीजिए कि बूलीय बीजगणित $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ में द्विआधारी सम्बन्ध \leq B पर आंशिक क्रम सम्बन्ध होता है

Ans. [MT-01, P.No. 194]

Q.14 Find simplified form of following switching circuit:
निम्न स्विच परिपथ का सरल रूप ज्ञात कीजिए।



Ans. [MT-01, P.No. 221]

Q.15 Using generating function find the value of

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + r^3$$

जनक फलन का उपयोग करते हुए का मान ज्ञात कीजिए।

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + r^3$$

Ans. [MT-01, P.No. 248]

Q.16 Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$. Then prove that the function $f: A \rightarrow B$ where $f(x) = \frac{x-4}{x-3}$, $x \in A$ is one-one and onto?

माना $A = R - \{3\}$, $B = R - \{1\}$. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: A \rightarrow B$ जहाँ $f(x) = \frac{x-4}{x-3}$, $x \in A$ एकैकी

आच्छादक है?

Ans. [MT-01, P.No. 58]

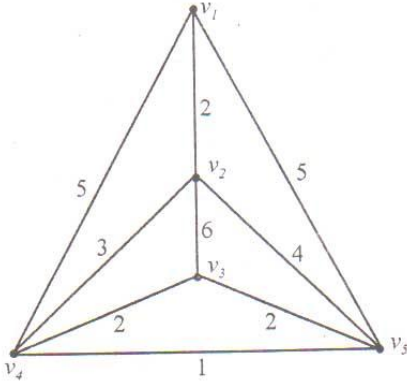
Q.17 Prove that a connected graph G is an Euler graph if and only if every vertex of G is of even degree.

सिद्ध करो कि कोई सम्बद्ध ग्राफ G एक आयलर ग्राफ है यदि और केवल यदि G में प्रत्येक शीर्ष एक समकोटि का शीर्ष है।

Ans. [MT-01, P.No. 313]

Q.18 Explain the Kruskal's algorithm for minimal spanning tree in a weighted graph and apply it to find the minimal spanning tree of following graph:

क्रुष्कल की विधि (भारित ग्राफ में निम्निष्ठ जनक वृक्ष) को समझाइये तथा इसका उपयोग करते हुए निम्न ग्राफ का निम्निष्ठ जनक वृक्ष ज्ञात कीजिए।



Ans. [MT-01, P.No. 359]

Q.19 Using generating function find the value of

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$$

जनक फलनों का उपयोग करते हुए का मान ज्ञात कीजिए।

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$$

Ans. [MT-01, P.No. 248]

Q.20 If G is a group then prove the following

(i) G has unique identity element.

(ii) For each a , there exists unique

(iii) $(a^{-1})^{-1} = a \quad \forall a \in G$

(iv) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}; a, b \in G$

यदि G एक समूह है तो निम्न को सिद्ध कीजिए

(i) G का तत्समक अवयव अद्वितीय होता है।

(ii) प्रत्येक के लिए अद्वितीय होता है।

(iii) $(a^{-1})^{-1} = a \quad \forall a \in G$

(iv) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}; a, b \in G$

Ans. [MT-01, P.No. 81]

Q.21 Let $B = \{1, 5, 7, 35\}$ binary operation $+$, \bullet and unary operation $'$ is defined as : for any $a, b \in B$

$$a + b = lcm(a, b), \quad a \bullet b = gcd(a, b), \quad a' = \frac{35}{a}$$

Then prove that $\langle B, +, \bullet \rangle$ is an Boolean algebra and find its element.

माना $B = \{1, 5, 7, 35\}$ पर द्विआधारी संक्रियाएँ $+$, \bullet एक एकआधारी संक्रिया, निम्न प्रकार परिभाषित है प्रत्येक $a, b \in B$ के लिए

$a + b = lcm(a, b)$ का लघुत्तमक समापवर्तक

$a \bullet b = gcd(a, b)$ का महत्तम समापवर्तक

$$a' = \frac{35}{a}$$

सिद्ध कीजिए कि $\langle B, +, \bullet \rangle$ बूलियन बीजगणित है तथा इसके 0 व 1 अवयव ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 180]

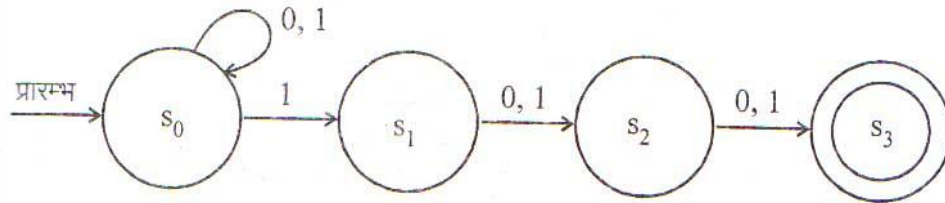
Q.22 Let $G = (V, \Sigma, S, P)$ is a grammar, where $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, S is initial symbol and $P = \{S \rightarrow aaS, S \rightarrow bA, A \rightarrow cBb, A \rightarrow cb, B \rightarrow bbB, B \rightarrow bb\}$. Then find language generated by G and check that the strings $aabcb$, $abbcb$, $aaaabcbbb$ and $abcbbbbb$ are generated by or not.

माना $G = (V, \Sigma, S, P)$ एक व्याकरण है जहाँ $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ S प्रारम्भिक प्रतीक है तथा $P = \{S \rightarrow aaS, S \rightarrow bA, A \rightarrow cBb, A \rightarrow cb, B \rightarrow bbB, B \rightarrow bb\}$ तब G द्वारा जनित भाषा ज्ञात कीजिए तथा यह भी बताइए कि क्या डोरियाँ $aabcb$, $abbcb$, $aaaabcbbb$ तथा $abcbbbbb$ व्याकरण G द्वारा जनित की जा सकती है?

Ans. [MT-01, P.No. 145]

Q.23 Construct equivalent FSA for following NFSA :

निम्न NFSA के तुल्य FSA की रचना कीजिए :



Ans. [MT-01, P.No. 165, 168]

Q.24 Define integral domain. Prove that $(\{0, 1, 2, 3, 4\}, T_5, X_5)$ is an integral domain.

पूर्णांकिय प्रान्त को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि $(\{0, 1, 2, 3, 4\}, T_5, X_5)$ एक पूर्णांकिय प्रान्त है।

Ans. [MT-01, P.No. 96, 99]

Q.25 Let $\langle B, +, \bullet, ', 0, 1 \rangle$ be a Boolean algebra and a partial order relation ' \leq ' is defined on B such that $a \leq b \Leftrightarrow a \bullet b' = 0 \quad \forall a, b \in B$. Then prove that

(i) $a + b = \sup \{a, b\}$ (ii) $a \bullet b = \inf \{a, b\}$

and (B, \leq) is a lattice.

माना बूलिय बीज गणित $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ पर आंशिक क्रम सम्बन्ध ' \leq ' इस प्रकार परिभाषित है कि $a \leq b \Leftrightarrow a \cdot b' = 0$
 $\forall a, b \in B$ तब सिद्ध करो कि

- (i) $a + b = \sup \{a, b\}$ (ii) $a \cdot b = \inf \{a, b\}$
 तथा (B, \leq) जालक है।

Ans. [MT-01, P.No. 197]

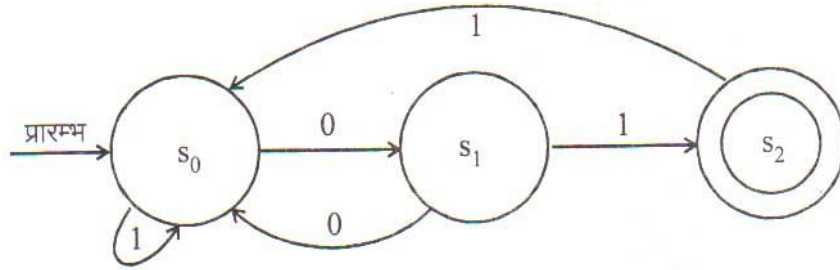
Q.26 Let a, b, c are non negative integers, where $2 \leq a \leq 5$, $3 \leq b \leq 6$, $4 \leq c \leq 7$. Then find number of all solutions of equation $a + b + c = 17$.

यदि a, b, c अक्रणात्मक पूर्णांक है, जहाँ $2 \leq a \leq 5$, $3 \leq b \leq 6$, $4 \leq c \leq 7$ तब समीकरण $a + b + c = 17$ के समस्त हलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 252]

Q.27 Which of the strings $x = 01$, $y = 0110$, $z = 10001$ and $w = 011101$ are accepted by following FSA? Also find accepting language by FSA.

डोरियों $x = 01$, $y = 0110$, $z = 10001$ तथा $w = 011101$ में से कोन-कोनसी डोरियां निम्नस्थ FSA द्वारा स्वीकार्य है? आटोमेटन द्वारा स्वीकार्य भाषा भी ज्ञात कीजिए।



Ans. [MT-01, P.No. 160]

Q.28 Define cyclic group. Prove that the group $(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, T_6)$ is cyclic. Also find all generators.

चक्रीय समूह को परिभाषित कीजिए। सिद्ध करो कि समूह $(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, T_6)$ चक्रीय समूह है। इसके सभी जनक भी ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 87]