

**Program Name B.Sc. / B.A. (Mathematics)**  
**B.Sc. / B.A. Part I**  
**Paper Code – MT- 01 (Discrete Mathematics)**  
**Section – B**

**(Short Answer Questions लघु उत्तर वाले प्रश्न)**  
**प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है Each Question Carries 6 Marks**

Q.1 Let  $A = \{1,2,3,4\}$ . Equivalence relation is defined on s.t.

$$R = \{(1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (4,4)\}. \text{ Find quotient set } A/R$$

माना  $A = \{1,2,3,4\}$  समुच्चय पर तुल्यता सम्बन्ध निम्न प्रकार परिभाषित है

$$R = \{(1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (4,4)\} \text{ विभाग समुच्चय } A/R \text{ ज्ञात कीजिए।}$$

Ans. [MT-01, P.No. 32]

Q.2 Prove that the set  $Z_4 = \{0,1,2,3\}$  is an abelian group for (addition modulo)  $T_4$ .

सिद्ध करो कि समुच्चय  $Z_4 = \{0,1,2,3\}$  योग मोड्यूलो  $T_4$  के लिए आबेली समूह है।

Ans. [MT-01, P.No. 76]

Q.3 Seven members committee has to be formed from 8 man and 5 woman. How many selections can be made such that at least 3 man and 2 woman present in any case.

8 पुरुषों तथा 5 महिलाओं में से 7 सदस्य समिति को कितने प्रकार से चयन किया जा सकता है। यदि प्रत्येक स्थिति में कम से कम 3 पुरुष एवं 2 महिलाएँ अवश्य शामिल हों।

Ans. [MT-01, P.No. 120]

Q.4 Let  $G = (V, \Sigma, S, P)$  is a grammer, where  $V = \{S_1\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $S$  is starting symbol and  $P = \{S \rightarrow \| S, S \rightarrow 0\}$ . Then find the language  $L(G)$  generated by  $G$ .

माना  $G = (V, \Sigma, S, P)$  एक व्याकरण है जहाँ  $V = \{S_1\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $S$  प्रारम्भिक प्रतीक है तथा  $P = \{S \rightarrow \| S, S \rightarrow 0\}$  तब  $G$  द्वारा जनित भाषा  $L(G)$  ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 144]

Q.5 Let  $(B, +, \cdot, 0, 1)$  is a Boolean algebra. Then prove that  $(B, \leq)$  is a distributive and complemented lattice if and only if.

$$a \leq b \Leftrightarrow ab' = 0, \forall a, b \in B$$

माना  $(B, +, \cdot, 0, 1)$  बूलिय बीज गणित है। तब सिद्ध करो कि  $(B, \leq)$  एक बंटनात्मक एवं पूरित जालक है यदि और केवल यदि  $a \leq b \Leftrightarrow ab' = 0, \forall a, b \in B$

Ans. [MT-01, P.No. 199]

Q.6 If  $a_r = 3^r$  and  $b_r = 7^r$ ,  $r \geq 0$  are numeric functions. Then find product of their generating functions  $A(x)$  and  $B(x)$ .

यदि  $a_r = 3^r$  तथा  $b_r = 7^r$ ,  $r \geq 0$  संख्याक फलन है तब इनके जनक फलनों क्रमशः  $A(x)$  तथा  $B(x)$  का गुणनफलन ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 241]

Q.7 Find complete solution of linear recurrence relation

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = r \cdot 3^r, \quad r \geq 2$$

रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध  $a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = r \cdot 3^r, \quad r \geq 2$  का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT01, P.No. 267]

Q.8 For simple planer graph  $G$  with  $n$  vertices ( $n \geq 3$ ) and edges prove that.

यदि  $G$   $n$  शीर्षों ( $n \geq 3$ ) तथा  $e$  कोरों पर कोई सरल समतलीय ग्राफ है तब सिद्ध करो कि  $e \leq 3n - 6$ .

Ans. [MT-01, P.No. 334]

Q.9 For sets  $A, B, C$  prove that

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

समुच्चयों  $A, B$  तथा  $C$  के लिए सिद्ध कीजिए कि:

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

Ans. [MT-01, P.No. 16]

Q.10 Let  $G = \{1, -1, i, -i\}$  where  $i^2 = -1$ . Prove that is abelian group for multiplication operation.

सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय  $G = \{1, -1, i, -i\}$  जहाँ  $i^2 = -1$  सिद्ध करो कि  $G$  गुणन संक्रिया के लिए आबेली समूह है।

Ans. [MT-01, P.No. 75]

Q.11 How many numbers can be made from four unequal digits?

चार समान अंकों से कितनी संख्याएँ बनायी जा सकती है?

Ans. [MT-01, P.No. 113]

Q.12 Let  $G = (V, \Sigma, S, P)$  where  $V = \{S, A, B, C, D, E\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$   $S$  starting symbol and

$$P = \{S \rightarrow aAB, S \rightarrow aB, A \rightarrow aAC, A \rightarrow aC, B \rightarrow Dc, D \rightarrow b, CD \rightarrow CE, ,$$

then prove that language generated by  $G$  is  $L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \in N\}$

माना  $G = (V, \Sigma, S, P)$  जहाँ  $V = \{S, A, B, C, D, E\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$   $S$  प्रारम्भिक प्रतीक

$$P = \{S \rightarrow aAB, S \rightarrow aB, A \rightarrow aAC, A \rightarrow aC, B \rightarrow Dc, D \rightarrow b, CD \rightarrow CE,$$

$CE \rightarrow DE, DE \rightarrow DC, CC \rightarrow DCC\}$  तथा तब सिद्ध कीजिए कि  $G$  द्वारा जनित भाषा

$$L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \in N\}$$

Ans. [MT-01, P.No. 143]

Q.13 Find disjunctive from DNF of Boolean function

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 x_2 + x_1' x_3)'$$

निम्न बूलीय फलन  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 x_2 + x_1' x_3)'$  का वियोजी प्रसामान्य रूप (DNF) ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 208]

Q.14 If  $a$  and  $b$  are numeric function, whose value at number  $r$  are  $a_r$  and  $b_r$  respectively and

$$c = ab. \text{ Then prove that } \Delta C_r = a_{r+1} \Delta b_r + b_r \Delta a_r$$

यदि  $a$  तथा  $b$  संख्याक फलन है जिनके मान संख्या  $r$  पर क्रमशः  $a_r$  तथा  $b_r$  है तथा  $c = ab$ . तब सिद्ध कीजिए कि

$$\Delta C_r = a_{r+1} \Delta b_r + b_r \Delta a_r$$

Ans. [MT-01, P.No. 235]

Q.15 Find coefficient of  $x^{12}$  in generating function  $(1 + x^4 + x^8 + \dots)^3$ .

जनक फलन  $(1 + x^4 + x^8 + \dots)^3$  में  $x^{12}$  का गुणांक ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT01, P.No. 251]

Q.16 Prove that in a graph  $G$ ,  $e$  is cut edge if and only, if  $e$  does not exist in any cycle.  
सिद्ध करो कि ग्राफ  $G$  में कोई कोर  $e$  एक काट कोर होती है यदि और केवल यदि  $e$ ,  $G$  में उपस्थित किसी भी चक्र में विद्यमान नहीं है।

Ans. [MT-01, P.No. 297]

Q.17 Let  $a, b$  are arbitrary element of complemented distributive lattice  $(A, \leq)$  then prove that.

$$(a \cup b)' = a' \cap b'$$

माना  $a, b$  पूरित बंटनात्मक जालक  $(A, \leq)$  के स्वच्छ अवयव है तब सिद्ध करो कि

$$(a \cup b)' = a' \cap b'$$

Ans. [MT-01, P.No. 52]

Q.18 Prove that the set of matrix of order  $2 \times 2$

$$G = \left\{ A_\alpha \mid A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \right\} \text{ (where } \alpha \text{ is real number) is a group.}$$

सिद्ध करो कि  $2 \times 2$  कोटि के आव्यूहों का समुच्चय

$$G = \left\{ A_\alpha \mid A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \right\} \text{ (जहाँ } \alpha \text{ वास्तविक संख्या है)}$$

आव्यूहों की गुणन संक्रिया के लिए समूह है।

Ans. [MT-01, P.No. 80]

Q.19 Two dice are thrown together. Find the probability that sum of digit appear on due is atleast 10.  
दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। वह प्रायिकता ज्ञात करो जब अंकों का योग कम से कम 10 हो।

Ans. [MT-01, P.No. 124]

Q.20 Let  $G = (V, \Sigma, S, P)$  is a grammar where  $V = \{S, A\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $S$  is starting symbol and  $P = \{S \rightarrow aAa, A \rightarrow aAa, A \rightarrow b\}$  then find language  $L(G)$  generated by  $G$ .

माना  $G = (V, \Sigma, S, P)$  एक व्याकरण है जहाँ  $V = \{S, A\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $S$  प्रारम्भिक प्रतीक है तथा  $P = \{S \rightarrow aAa, A \rightarrow aAa, A \rightarrow b\}$  तब  $G$  द्वारा जनित भाषा ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 144]

Q.21 Find conjunctive normal from CNF of Boolean.

$$\text{function } f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)(x_1' + x_3)$$

बूलीय फलन  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)(x_1' + x_3)$  का संयोजनीय प्रसामान्य रूप (CNF) ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 215]

Q.22 Let  $a$  &  $b$  are numeric function where

$$a_r = \begin{cases} 2^r + 1 & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^r + 3 & r \geq 4 \end{cases} \text{ and } b_r = \begin{cases} 3^r + 2 & 0 \leq r \leq 2 \\ 3^r - 1 & r \geq 3 \end{cases}$$

माना  $a$  तथा  $b$  संख्याक फलन है जहाँ

$$a_r = \begin{cases} 2^r + 1 & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^r + 3 & r \geq 4 \end{cases} \text{ तथा } b_r = \begin{cases} 3^r + 2 & 0 \leq r \leq 2 \\ 3^r - 1 & r \geq 3 \end{cases}$$

तब संख्याक फलों  $a$  और  $b$  के क्रमशः योगफल तथा गुणनफल ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 231]

Q.23 Find complete solution of linear recurrence relation

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = 2^r, r \geq 2$$

रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध  $a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = 2^r, r \geq 2$  का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT01, P.No. 267]

Q.24 Let  $G$  be a simple graph with  $n$  vertices and  $e$  edges. Then prove that number of edges in complementary graph  $\bar{G}$ , is  $\frac{n(n-1)}{2} - e$ .

प्रदर्शित कीजिए कि यदि  $n$  शीर्षों पर सरल ग्राफ  $G$  में कोरे है तब  $G$  के पूरक ग्राफ  $\bar{G}$  में कोरे की संख्या  $\frac{n(n-1)}{2} - e$  होती है।

Ans. [MT-01, P.No. 305]

Q.25 Let  $a, b$  are arbitrary element of a lattice  $(A, \leq)$ . Then prove that

$$a \vee (a \wedge b) = a.$$

माना  $a, b$  जालक  $(A, \leq)$  के स्वेच्छ अवयव है। तब सिद्ध करो कि

$$a \vee (a \wedge b) = a$$

Ans. [MT-01, P.No. 47]

Q.26 Let  $G$  be a group and  $a, b \in G$ . Then prove that the equations  $ax = b$  and  $ya = b$  have unique solution  $G$ ?

माना  $G$  एक समूह है तथा  $a, b \in G$  तब सिद्ध कीजिए कि समीकरणों  $ax = b$  एवं  $ya = b$  में अद्वितीय हल होते हैं?

Ans. [MT-01, P.No. 83]

Q.27 Find minimum number of persons in a office so that five persons born in same month. किसी कार्यालय में व्यक्तियों की न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए ताकि उनमें से पाँच व्यक्ति एक ही माह में जन्मे हो।

Ans. [MT-01, P.No. 121]

Q.28 Explain finite state machine.

परिमित अवस्था मशीन को समझाइए।

Ans. [MT-01, P.No. 170]

Q.29 Write conjunctive normal form CNF of the function

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 x_2 + x_1' x_3')$$

फलन  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 x_2 + x_1' x_3')$  का संयोजनीय प्रसामान्य रूप CNF लिखिए।

Ans. [MT-01, P.No. 215]

Q.30 Find generating function of numeric function  $a_r = r(r+1), r \geq 0$ .

संख्याक फलन  $a_r = r(r+1), r \geq 0$  का जनक फलन ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 244]

Q.31 Solve the following recurrence relation by generating function method :

$$a_r - 9a_{r-1} + 20a_{r-2}, r \geq 2, a_0 = -3, a_1 = -10$$

निम्न पुनरावृत्ति सम्बन्ध को जनक फलन विधि से हल कीजिए।

$$a_r - 9a_{r-1} + 20a_{r-2}, r \geq 2, a_0 = -3, a_1 = -10$$

Ans. [MT01, P.No. 273]

Q.32 Prove that in a non trivial tree there are atleast two pendent vertices?

सिद्ध करो कि प्रत्येक अतुच्छ वृक्ष में कम से कम दो निलम्बी शीर्ष होते हैं?

Ans. [MT-01, P.No. 349]

Q.33 Let  $a, b, c$  are arbitrary elements of lattice  $(A, \leq)$ . Then prove that

$$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$$

माना  $a, b, c$  जालक  $(A, \leq)$  के स्वेच्छ अवयव हैं तब सिद्ध करो

$$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$$

Ans. [MT-01, P.No. 47]

Q.34 Prove that the set of matrices  $G$  of order  $m \times n$ , whose elements are complex numbers, is an abelian group for addition of matrices operation.

सिद्ध कीजिए कि  $m \times n$  आव्यूहों, जिनके अवयव सम्मिश्र संख्याएँ हैं, का समुच्चय  $G$  आव्यूहों के योग की संक्रिया के लिए आबेली समूह है।

Ans. [MT-01, P.No. 79]

Q.35 Prove that a field is an integral domain but its converse is not true always.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है। परन्तु इसका विलोम सदैव सत्य नहीं होता है।

Ans. [MT-01, P.No. 98]

Q.36 Explain context sensitive grammar with suitable example.

संदर्भ संवेदी व्याकरण को उदाहरण सहित समझाइए।

Ans. [MT-01, P.No. 147]

Q.37 Explain minterm and maxterm in Boolean algebra for  $n$  tuple

$$\bar{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

बुलीय बीजगणित में  $n$  टुपल  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  के लिए न्यून पद तथा अधिक पद को समझाइए।

Ans. [MT-01, P.No. 207]

Q.38 Find generating function of the sequence  $(0, 1, -2, 4, -8, 16, \dots)$ .

अनुक्रम  $(0, 1, -2, 4, -8, 16, \dots)$  का जनक फलन ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 242]

Q.39 Solve the followings homogeneous linear recurrence relation :

निम्न समघात रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध को हल कीजिए :

$$a_r - 8a_{r-1} + 21a_{r-2} - 18a_{r-3} = 0, r \geq 3$$

Ans. [MT01, P.No. 263]

Q.40 For a graph  $G$  without loop prove that the graph  $G$  is tree if and only if for any pair of vertices there exists exactly one path.

पाश रहित ग्राफ  $G$  में सिद्ध करो कि  $G$  वृक्ष है यदि और केवल यदि दो भिन्न शीर्षों के मध्य एक और केवल एक ही पथ है।

Ans. [MT-01, P.No. 348]

Q.41 Prove that the dual of a poset is also a poset.

सिद्ध करो कि पौसेट का द्वेती भी पौसेट होता है।

Ans. [MT-01, P.No. 51]

Q.42 Prove that the set of positive rational numbers  $Q^+$  is an abelian group for operation  $*$ , where

$$a * b = \frac{ab}{2}, \quad \forall a, b \in Q^+$$

सिद्ध कीजिए कि धनात्मक परिमेय संख्याओं का समुच्चय  $Q^+$ , द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए आबेली समूह है जहाँ

$$a * b = \frac{ab}{2}, \quad \forall a, b \in Q^+$$

Ans. [MT-01, P.No. 77]

Q.43 In a fort there are 7 gate. If a person enters from a gate and exit from other, then how many times this process can be done.

एक दुर्ग में 7 द्वार हैं। एक व्यक्ति यदि एक द्वार से प्रवेश करे और किसी अन्य द्वार से बाहर निकले तो ऐसा वह कितनी प्रकार से कर सकता है?

Ans. [MT-01, P.No. 109]

Q.44 Explain context free grammer with suitable example.

संदर्भ मुक्त व्याकरण को उदाहरण सहित समझाइए।

Ans. [MT-01, P.No. 148]

Q.45 Prove that every distributive and complementing lattice  $(L, \leq)$ . Where  $0 \neq 1$  is a Boolean algebra  $(L, V, \wedge, ', 0, 1)$ .

सिद्ध करो कि प्रत्येक बंटनात्मक, पूरित जालक  $(L, \leq)$  जहाँ  $0 \neq 1$  एक बूलीय बीजगणित  $(L, V, \wedge, ', 0, 1)$  बनाता है।

Ans. [MT-01, P.No. 199]

Q.46 Write generating function of the sequence  $(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, \dots)$

अनुक्रम  $(1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, \dots)$  का जनक फलन ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 242]

Q.47 Solve the following linear recurrence relation :

निम्न रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध को हल कीजिए।

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = 2^r, \quad r \geq 2$$

Ans. [MT01, P.No. 266]

Q.48 Find number of edge disjoint Hamiltonian cycles in a complete graph  $G$  with  $n$  vertices. ( $n$  odd integer  $\geq 3$ )

$n$  शीर्षों पर पूर्ण ग्राफ  $G$  में ( $n$  एक विषम पूर्णांक  $\geq 3$ ) कोर असंयुक्त हैमिल्टन चक्रों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 315]

Q.49 A relation  $\equiv$  defined on set of integers such that  $a \equiv b \pmod{n}$  if  $n \mid (a-b)$ ,  $a, b \in Z$ . Then prove that the relation  $\equiv$  is an equivalence relation.

सम्बन्ध  $\equiv$  पूर्णाकों के समुच्चयों  $Z$  पर परिभाषित है कि  $a \equiv b \pmod{n}$  यदि  $n \mid (a-b)$ ,  $a, b \in Z$  तब सिद्ध कीजिए कि सम्बन्ध  $\equiv$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।

Ans. [MT-01, P.No. 27]

Q.50 Prove that the dual of a lattice is also a lattice.

सिद्ध करो कि जालक का द्वैती भी जालक होता है।

Ans. [MT-01, P.No. 52]

Q.51 How many words can be made from letters of DOGMATIC if all three vowels O, A, I remain altogether.

DOGMATIC शब्द के अक्षरों से कितने भिन्न शब्द बनाए जा सकते हैं यदि तीनों स्वर सदैव O, A, I साथ रहे।

Ans. [MT-01, P.No. 115]

Q.52 Explain regular grammer with suitable example.

नियमित व्याकरण को उदाहरण सहित समझाइए।

Ans. [MT-01, P.No. 148]

Q.53 In a Boolean algebra  $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$  and  $a, b \in B$  Then prove that  $a + b = 0$  if and only if  $a = 0$  and  $b = 0$ .

बूलिय बीज गणित  $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$  तथा  $a, b \in B$  तब सिद्ध करो कि  $a + b = 0$  यदि और केवल यदि  $a = 0$  तथा  $b = 0$

Ans. [MT-01, P.No. 192]

Q.54 Find generating function of numeric function  $a_r = \frac{1}{(r+1)!} r \geq 0$ .

संख्याक फलन  $a_r = \frac{1}{(r+1)!} r \geq 0$  का जनक फलन ज्ञात कीजिए।

Ans. [MT-01, P.No. 244]

Q.55 Solve the following linear recurrence relation :

निम्न रेखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध को हल कीजिए।

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = r \cdot 3^r, \quad r \geq 2$$

Q.56 Prove that complete graph  $K_5$  on 5 vertices is non planar graph.

सिद्ध कीजिए कि पाँच शीर्षों पर पूर्ण ग्राफ  $K_5$  एक असमतलीय ग्राफ है?

Ans. [MT-01, P.No. 332]

VMOU